

**МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НОВОЙ ШЕСТИЗВЕННОЙ РУЛЕВОЙ ТРАПЕЦИИ АВТОБУСА «МАЗ»**

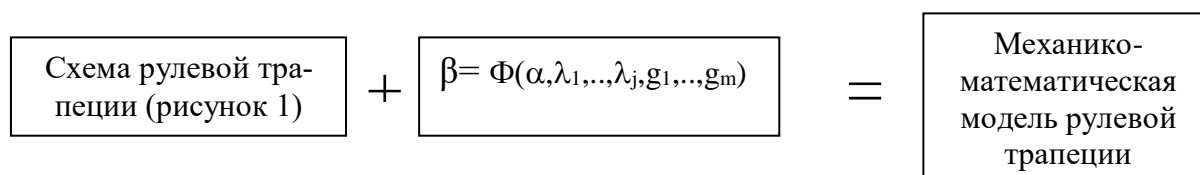
Гурвич Ю. А., Поддевалин В.М.

Механико-математическая модель, шестизвенная рулевая трапеция, автобус

В этой статье описывается разработка новой механико-математической модели шестизвенной несимметричной рулевой трапеции автобуса «МАЗ», которая на стадии проектирования машины может быть использована для одно- и многокритериальной оптимизации конструктивных параметров рулевой трапеции по критериям: износ шин, усилие на рулевом колесе, устойчивость и стабилизация движения.

При подготовке технических специалистов, занимающихся разработкой и эксплуатацией автомобильной техники, недостаточное внимание в учебном процессе технических вузов (да и в технической литературе) уделяется изучению вопроса, связанного с конструированием и расчетами новых моделей рулевых трапеций, применяемых в военных и гражданских машинах.

Под механико-математической моделью понимается совокупность схемы рулевой трапеции и формализованной связи (математического описания  $\beta = \Phi(\alpha, \lambda_1, \dots, \lambda_j, g_1, \dots, g_m)$ , где  $\beta$  – угол поворота внешнего управляемого колеса машины;  $\alpha$  – угол поворота внутреннего колеса;  $\lambda_1, \dots, \lambda_j$  – управляемые параметры;  $j$  – количество управляемых параметров;  $g_1, \dots, g_m$  – неуправляемые параметры;  $m$  – количество неуправляемых параметров.



В литературе приведено большое число различных конструкций рулевых трапеций, которые используются в машинах на пневмоколесном ходу. Соответственно приведены схемы этих рулевых трапеций.

Известна только одна механико-математическая модель – модель четырехзвенной неразрезной рулевой трапеции, впервые полученная академиком Е.А. Чудаковым [1].

Для всех остальных конструкций рулевых трапеций приведены только схемы, а математические описания  $\beta = \Phi(\alpha, \lambda_1, \dots, \lambda_j, g_1, \dots, g_m)$  отсутствуют. Причём для каждой новой конструкции рулевой трапеции будет свое число звеньев и своя совокупность конструктивных параметров.

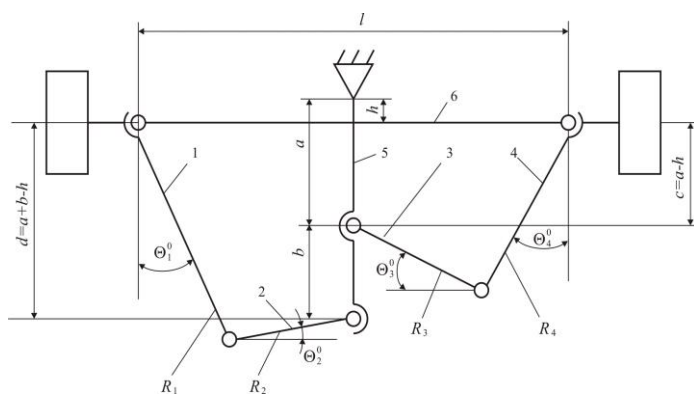


Рисунок 1 – Схема несимметричной шестизвенной рулевой трапеции автобуса «МАЗ», колеса которого находятся в нейтральном положении

Постановка задачи. Для расчета параметров шестизвенной рулевой трапеции изображенной на рисунке 1 необходимо формализовать связь угла поворота наружного колеса  $\beta$  от угла поворота внутреннего колеса  $\alpha$  и других управляемых и неуправляемых (конструктивных) параметров  $\beta = \beta(\alpha, \lambda_1, \dots, \lambda_j, g_1, \dots, g_m)$ .

На рисунке 1 изображена новая шестизвенная рулевая трапеция автобуса «МАЗ» в исходном положении. На этом рисунке пронумерованы длины стержней 1 – 5 соответственно через  $R_1 - R_5$ ,  $R_5 = a + b$ ,  $L = 2l$ , а углы, определяющие направление стержней в начальном положении (до поворота рулевого колеса), обозначены индексом «0»:  $\Theta_1^0, \Theta_2^0, \Theta_3^0, \Theta_4^0$ . При повороте рулевого колеса автобуса углы  $\Theta_1^0, \Theta_2^0, \Theta_3^0, \Theta_4^0$  станут другими, и появится угол наклона стержня 5 к вертикали. Обозначим угол, определяющий направления стержней 1 – 5 в ненулевом положении  $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4, \Theta_5$  (рисунок 2).

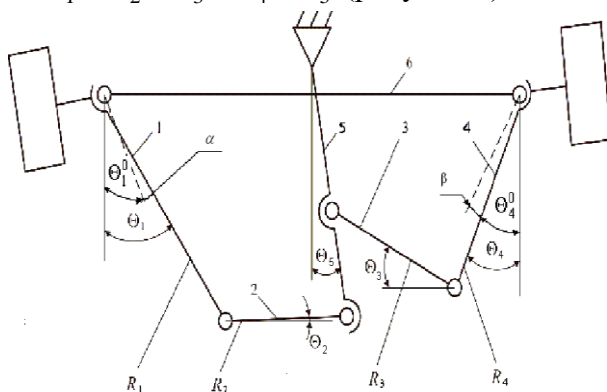


Рисунок 2 – Схема несимметричной шестизвенной рулевой трапеции автобуса «МАЗ»

Штриховыми линиями на рисунке 2 показаны начальные положения стержней 1 и 5. При повороте управляемого внутреннего колеса автобуса влево на угол  $\alpha$  стержни 1, 4 и 5 будут вращаться против часовой стрелки, а углы  $\Theta_1$  и  $\Theta_4$  будут соответственно равны:

$$\Theta_1 = \Theta_1^0 + \alpha, \quad \Theta_4 = \Theta_4^0 - \beta, \quad \alpha = \Theta_1 - \Theta_1^0, \quad \beta = \Theta_4^0 + \Theta_4.$$

Для расчета параметров шестизвенной рулевой трапеции требуется определить зависимость угла поворота наружного колеса  $\beta$  от угла поворота внутреннего колеса  $\alpha$  и других конструктивных параметров, что эквивалентно определению  $\Theta_4 = \Theta_4(\Theta_1)$ .

#### Определение начальных углов $\Theta_1^0$ и $\Theta_4^0$

**Определение  $\Theta_1^0$ .** Рассматриваем часть трапеции левее стержня 5 (рисунок 1).

$$\text{Связи: } \begin{cases} R_1 \sin \Theta_1^0 + R_2 \cos \Theta_2^0 = l, \\ -R_1 \cos \Theta_1^0 + R_2 \sin \Theta_2^0 + b + a = h. \end{cases} \quad (1)$$

Система (1) — это система уравнений с двумя неизвестными  $\Theta_1^0$  и  $\Theta_2^0$ . Из (1) исключим  $\Theta_2^0$  и обозначим  $b + a - h = d$ . Получим:

$$\begin{cases} l - R_1 \sin \Theta_1^0 = R_2 \cos \Theta_2^0, \\ R_1 \cos \Theta_1^0 - d = R_2 \sin \Theta_2^0. \end{cases} \quad (2)$$

Возводим в квадрат уравнения (2) и складываем их. В результате получим:

$$l \sin \Theta_1^0 + d \cos \Theta_1^0 = \frac{l^2 + R_1^2 + d^2 - R_2^2}{2R_1}. \quad (3)$$

Введем угол  $\mu_1$  следующим образом:

$$\begin{cases} l = A_1 \cos \mu_1 \\ d = A_1 \sin \mu_1 \end{cases} \Rightarrow \operatorname{tg} \mu_1 = \frac{d}{l}, \quad A_1 = \sqrt{l^2 + d^2}, \quad \mu_1 = \operatorname{arctg} \frac{d}{l}.$$

Преобразуем выражение (3):

$$\Theta_1^0 = \arcsin \frac{l^2 + R_1^2 + d^2 - R_2^2}{2R_1 \sqrt{l^2 + d^2}} - \operatorname{arctg} \frac{d}{l}.$$

**Определение  $\Theta_4^0$ .** Рассматриваем часть трапеции правее стержня 5 (рисунок 1).

$$\text{Связи:} \quad \begin{cases} R_3 \cos \Theta_3^0 + R_4 \sin \Theta_4^0 = l, \\ -d + b - R_3 \sin \Theta_3^0 + R_4 \cos \Theta_4^0 = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Из (4) исключим  $\Theta_3^0$  и обозначим  $c = d - b = a - h$ . Получим:

$$\begin{cases} R_3 \cos \Theta_3^0 = l - R_4 \sin \Theta_4^0, \\ R_3 \sin \Theta_3^0 = R_4 \cos \Theta_4^0 - c. \end{cases} \quad (5)$$

Исключим из уравнений (5)  $\Theta_3^0$ , возведем их в квадрат и сложим:

$$l \sin \Theta_4^0 + c \cos \Theta_4^0 = \frac{l^2 + R_4^2 + c^2 - R_3^2}{2R_4}. \quad (6)$$

Введем угол  $\mu_2$  следующим образом:

$$\begin{cases} l = A_2 \cos \mu_2 \\ d = A_2 \sin \mu_2 \end{cases} \Rightarrow \operatorname{tg} \mu_2 = \frac{c}{l}, \quad A_2 = \sqrt{l^2 + c^2}, \quad \mu_2 = \operatorname{arctg} \frac{c}{l}.$$

Преобразуем выражение (6):

$$\Theta_4^0 = \arcsin \frac{l^2 + R_4^2 + c^2 - R_3^2}{2R_4 \sqrt{l^2 + c^2}} - \operatorname{arctg} \frac{c}{l}.$$

**Определение зависимости  $\Theta_4 = \Theta_4(\Theta_1)$**

**Определение зависимости между  $\Theta_1$  и  $\Theta_5$ .** Рассматриваем левую часть трапеции (левее стержня 5).

$$\text{Связи:} \quad \begin{cases} R_1 \sin \Theta_1 + R_2 \cos \Theta_2 = (a + b) \sin \Theta_5 + l, \\ -R_1 \cos \Theta_1 + R_2 \sin \Theta_2 + (b + a) \cos \Theta_5 = h. \end{cases} \quad (7)$$

Из выражений (7) исключим  $\Theta_2$ , возведем их в квадрат и сложим:

$$\begin{aligned} & 2(a + b)(R_1 \cos \Theta_1 + h) \cos \Theta_5 - 2(a + b)(l - R_1 \sin \Theta_1) \sin \Theta_5 = \\ & = l^2 + (a + b)^2 + R_1^2 + h^2 - R_2^2 - 2lR_1 \sin \Theta_1 + 2hR_1 \cos \Theta_1. \end{aligned} \quad (8)$$

**Определение зависимости между  $\Theta_4$  и  $\Theta_5$ .**

$$\text{Связи:} \quad \begin{cases} a \sin \Theta_5 + R_3 \cos \Theta_3 + R_4 \sin \Theta_4 = l, \\ h - a \cos \Theta_5 - R_3 \sin \Theta_3 + R_4 \cos \Theta_4 = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Из (8) исключим  $\Theta_3$ , возведем полученные уравнения в квадрат и сложим их:

$$\begin{aligned}
& 2a(R_4 \cos \Theta_4 + h) \cos \Theta_5 - 2a(l - R_4 \sin \Theta_4) \sin \Theta_5 = \\
& = l^2 + a^2 + R_4^2 + h^2 - R_3^2 - 2lR_4 \sin \Theta_4 + 2hR_4 \cos \Theta_4.
\end{aligned} \tag{10}$$

**Исключим  $\Theta_5$  из уравнений (8) и (10).** Уравнение (8) перепишем следующим образом:

$$\begin{aligned}
& (R_1 \cos \Theta_1 + h) \cos \Theta_5 - (l - R_1 \sin \Theta_1) \sin \Theta_5 = \\
& = \frac{1}{2(a+b)} [l^2 + (a+b)^2 + R_1^2 + h^2 + R_2^2 - 2lR_1 \sin \Theta_1 + 2hR_1 \cos \Theta_1]
\end{aligned} \tag{11}$$

Введем переменную амплитуду  $A_1$  и  $\mu_1(\Theta_1)$ :

$$A_1(\Theta_1) = \sqrt{(R_1 \cos \Theta_1 + h)^2 + (l - R_1 \sin \Theta_1)^2} \tag{12}$$

и примем, что

$$\begin{aligned}
(R_1 \cos \Theta_1 + h) &= A_1(\Theta_1) \sin \mu_1(\Theta_1), \\
(l - R_1 \sin \Theta_1) &= A_1(\Theta_1) \cos \mu_1(\Theta_1).
\end{aligned}$$

$$\text{Тогда } \mu_1(\Theta_1) = \arctg \frac{R_1 \cos \Theta_1 + h}{l - R_1 \sin \Theta_1}. \tag{13}$$

Преобразуем уравнение (11) и выразим из него  $\Theta_5$ :

$$\Theta_5 = \mu_1(\Theta_1) - \arcsin \frac{1}{2(a+b)} \cdot \frac{l^2 + (a+b)^2 + R_1^2 + h^2 - R_2^2 - 2lR_1 \sin \Theta_1 + 2hR_1 \cos \Theta_1}{A_1(\Theta_1)}.$$

Окончательно  $\Theta_5 = \Theta_5(\Theta_1)$ :

$$\begin{aligned}
\Theta_5 &= \arctg \frac{R_1 \cos \Theta_1 + h}{l - R_1 \sin \Theta_1} - \\
&- \arcsin \frac{l^2 + (a+b)^2 + R_1^2 + h^2 - R_2^2 - 2lR_1 \sin \Theta_1 + 2hR_1 \cos \Theta_1}{2(a+b) \sqrt{(R_1 \cos \Theta_1 + h)^2 + (l - R_1 \sin \Theta_1)^2}}.
\end{aligned} \tag{14}$$

Преобразуем уравнение (10) таким образом:

$$\begin{aligned}
& \cos \Theta_4 (2aR_4 \cos \Theta_5 - 2hR_4) + \sin \Theta_4 (2aR_4 \sin \Theta_5 + 2lR_4) = \\
& = l^2 + a^2 + R_4^2 + h^2 - R_3^2 - 2ah \cos \Theta_5 + 2al \sin \Theta_5,
\end{aligned}$$

или (делим на  $2R_4$ ):

$$\begin{aligned}
& (a \cos \Theta_5 - h) \cos \Theta_4 + (a \sin \Theta_5 + l) \sin \Theta_4 = \\
& = \frac{l^2 + a^2 + R_4^2 + h^2 - R_3^2 - 2ah \cos \Theta_5 + 2al \sin \Theta_5}{2R_4}.
\end{aligned} \tag{15}$$

Вводим  $\mu_2(\Theta_5)$  и переменную амплитуду

$$A_2(\Theta_5) = \sqrt{(a \cos \Theta_5 - h)^2 + (a \sin \Theta_5 + l)^2}, \tag{16}$$

$$\begin{cases} a \cos \Theta_5 - h = A_2(\Theta_5) \sin \mu_2(\Theta_5) \\ a \sin \Theta_5 + l = A_2(\Theta_5) \cos \mu_2(\Theta_5) \end{cases} \Rightarrow \operatorname{tg} \mu_2(\Theta_5) = \frac{a \cos \Theta_5 - h}{a \sin \Theta_5 + l},$$

$$\mu_2(\Theta_5) = \arctg \frac{a \cos \Theta_5 - h}{a \sin \Theta_5 + l}.$$

Преобразуем уравнение (15) и выразим из него  $\Theta_4$ :

$$\Theta_4 = \arcsin\left(\frac{1}{2R_4A_2(\Theta_5)}(l^2 + a^2 + R_4^2 + h^2 - R_3^2 - 2ah\cos\Theta_5 + 2al\sin\Theta_5)\right) - \mu_2(\Theta_5), \quad (17)$$

где  $\Theta_5$  определяется по формуле (14).

**В итоге зависимость угла поворота наружного колеса  $\beta$  от угла поворота внутреннего колеса  $\beta = \beta(\alpha, \lambda_1, \dots, \lambda_j, g_1, \dots, g_m)$  примет вид:**

$$\beta = \Theta_4^0 - \arcsin \frac{l^2 + a^2 + R_4^2 + h^2 - R_3^2 - 2ah\cos\Theta_5 + 2al\sin\Theta_5}{2R_4\sqrt{(a\cos\Theta_5 - h)^2 + (a\sin\Theta_5 + l)^2}} + \operatorname{arctg} \frac{a\cos\Theta_5 - h}{a\sin\Theta_5 + l},$$

где 
$$\Theta_4^0 = \operatorname{arctg} \frac{l^2 + R_4^2 + c^2 - R_3^2}{2R_4\sqrt{l^2 + c^2}} - \operatorname{arctg} \frac{c}{l},$$

$$\Theta_5 = \operatorname{arctg} \frac{R_1 \cos(\Theta_1^0 + \alpha) + h}{l - R_1(\Theta_1^0 + \alpha)} - \arcsin \frac{l^2 + (a+b)^2 + R_1^2 + h^2 - R_2^2 - 2lR_1 \sin(\Theta_1^0 + \alpha) + 2hR_1 \cos(\Theta_1^0 + \alpha)}{2(a+b)\sqrt{(R_1 \cos(\Theta_1^0 + \alpha) + h)^2 + (l - R_1 \sin(\Theta_1^0 + \alpha))^2}},$$

$$\Theta_1^0 = \arcsin \frac{l^2 + R_1^2 + d^2 - R_2^2}{2R_1\sqrt{l^2 + d^2}} - \operatorname{arctg} \frac{d}{l}.$$

**Выводы.**

1. Разработана новая механико-математическая модель шестизвенной несимметричной рулевой трапеции автобуса «МАЗ», которая на стадии проектирования машины может быть использована для одно- и многокритериальной оптимизации конструктивных параметров рулевой трапеции по критериям: износ шин, усилие на рулевом колесе, устойчивость и стабилизация движения.

2. Эта рулевая трапеция содержит двенадцать конструктивных параметров:  $l, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 = a + b, a, b, h, \Theta_1^0, \Theta_2^0, \Theta_3^0, \Theta_4^0$ , в том числе восемь независимых –  $(l, R_1, R_2, R_3, R_4, a, b, h)$ , которыми можно варьировать в различных сочетаниях.

3. Ввести результаты данной разработки в курсы лекций и практических занятий для студентов и курсантов технических вузов по дисциплинам «Конструирование и расчет деталей транспортных средств» и «Теория мобильных машин».

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Чудаков Е. А. Теория автомобиля. – М.: Изд. АН СССР, 1961. – 462с.