

УДК 796.912:531.3

Предпосылки к созданию методики определения кинематических и силовых параметров вращения тел с переменным моментом инерции

Гурвич Ю.А., Шумилов А.А., АТФ, Климовский Р.Н. – студенты АТФ Белорусский национальный технический университет

Установим механико-математические закономерности вращения фигуриста вокруг оси Z в предположении, что конек вырезает лунку, а момент сопротивления конька о лед  $M_c \neq 0$  (Рис.1).  $I_1, I_2$  – моменты инерции фигуриста относительно оси Z с расставленными в стороны и прижатыми к туловищу руками соответственно;  $\omega_1 = \omega_{t=0}$  – начальная угловая скорость, соответствующая  $I_1$ ;  $\omega_2$  – угловая скорость, соответствующая  $I_2$ .

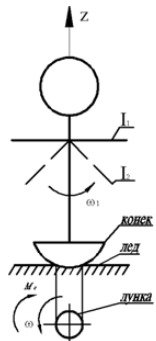


Рис. 1 Схема вращения фигуриста вокруг оси Z

Определим угловую скорость вращения фигуриста относительно оси Z в функции времени  $\omega = \omega(t)$  при условии, что: момент инерции фигуриста относительно оси Z является переменным; суммарный момент сопротивления воздуха вращающемуся фигуристу и его коньку о лед, пропорционален угловой скорости вращения  $M_c = \alpha\omega$  (вязкое трение); суммарные силы инерции Кориолиса при движении рук фигуриста в вертикальной и горизонтальной плоскостях равны нулю.

Решая дифференциальное уравнение вращения фигуриста с разделяющимися переменными, получим:

$$\omega = \omega_1 \frac{I_2}{I(t)} e^{-\alpha \int_{\omega_1}^{\omega} \frac{dt}{I(t)}}$$

где  $t$  – время вращения фигуриста равно сумме времени разгона и торможения –  $t_{\Sigma} = t_p + t_T$ ;  $I(t) = I_1 - \beta t$ ;

$$\beta = (I_1 - I_2)/t_p; I_1 = I_{t=0}; I_2 = I_{t=t_p}$$

На рис.2  $1 - \alpha/\beta < 1$  ( $\omega$  возрастает); 2-5 –  $\alpha/\beta \geq 1$  ( $\omega$  убывает); 6-10 – экспоненты, при  $t > t_p$ ; 11 –  $\omega$  – гипербола (тривиальный случай, когда конек касается льда одной точкой);

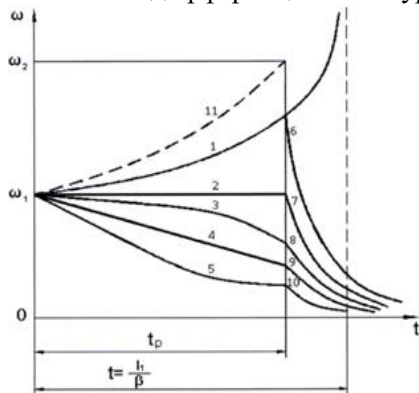


Рис. 2. Зависимость угловой скорости вращения при вязком трении

кой:  $M_c = 0, I_2 = \text{const}$ ).

УДК 796.912:531.3

Определение характеристик вращения тел с переменным моментом инерции при различных видах сопротивления

Гурвич Ю.А., Кислова Т.Е.– студентка ФИТР Белорусский национальный технический университет

Дифференциальное уравнение вращения фигуриста при одновременном действии сухого и вязкого трения ( $M_c = -M_{\text{тр}} - \alpha\omega$ ) имеет вид:

$$(I_1 - \beta t) \frac{d\omega}{dt} - \omega(\alpha - \beta) = -M_{\text{тр}} \quad (1)$$

Общее решение уравнения (1):

$$\omega = I_1^{(1-\frac{\alpha}{\beta})} (I_1 - \beta t)^{\frac{\alpha}{\beta}-1} \left( \omega_1 + \frac{M_{\text{тр}}}{\alpha-\beta} \right) - \frac{M_{\text{тр}}}{\alpha-\beta} \quad (2)$$

Решение (2) справедливо только для двух случаев  $\frac{\alpha}{\beta} < 1$  и  $\frac{\alpha}{\beta} > 1$ .

Решение уравнения (1) для случая  $\alpha = \beta$  представлено в виде:

$$\omega = \omega_1 + \frac{M_{\text{тр}}}{\beta} \ln \frac{I_1 - \beta t}{I_1} \quad (3)$$

На рис.1 показаны графики функций (2) для случаев:  $1 - \frac{\alpha}{\beta} < 1$ ,

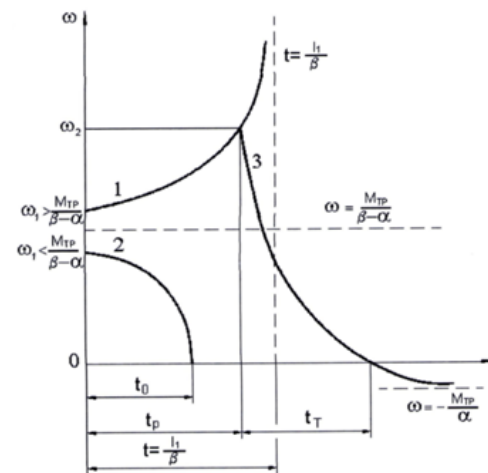


Рис. 1. Зависимость угловой скорости вращения фигуриста при вязком и сухом трении

$\omega_1 > \frac{M_{\text{тр}}}{\beta-\alpha}$  (наиболее интересный для зрителей и судей случай); 2 -  $\frac{\alpha}{\beta} < 1, \omega_1 < \frac{M_{\text{тр}}}{\beta-\alpha}$ . В случаях  $\alpha = \beta, \frac{\alpha}{\beta} > 1$  угловая скорость  $\omega$  убывает (эти случаи на рис.1 не показаны).

При  $I = I_2 = \text{const} (t > t_p)$  для случая  $\frac{\alpha}{\beta} < 1$  и  $\omega_1 > \frac{M_{\text{тр}}}{\beta-\alpha}$  угловая скорость  $\omega$  имеет вид:

$$\omega = e^{-\frac{\alpha}{\beta} t} \left( \frac{M_{\text{тр}}}{\alpha} + \omega_2 \right) - \frac{M_{\text{тр}}}{\alpha}$$

Определим время торможения  $t_T$  при  $\omega = 0$ :

$$t_T = \frac{I_2}{\alpha} \ln \frac{\frac{M_{\text{тр}}}{\alpha} + \omega_2}{\frac{M_{\text{тр}}}{\alpha}}$$