

## ИССЛЕДОВАНИЕ УГЛОВОГО УСКОРЕНИЯ ВЫХОДНОГО ВАЛА ОДНОШАРНИРНОЙ КАРДАННОЙ ПЕРЕДАЧИ

Щербаков И.В., Гурвич Ю. А., Кривоносова Ю.А.

*In this article described a new method of unevenness definition in dependence of obliquity angle and its influence on output cinematic characteristics of one-joint cardan shaft.*

Карданная передача состоит из одного или нескольких карданных шарниров, соединенных карданными валами с промежуточными опорами (с промоторами). С помощью карданных передач можно осуществить:

связь между механизмами трансмиссий транспортных средств, например двигателя с коробкой передач при ее раздельной установке, коробки передач с раздаточной коробкой и от нее к передним и задним ведущим мостам;

передачу мощности от двигателя к механизмам трансмиссии, удаленных друг от друга, расположенных в разных плоскостях и изменяющих свое первоначальное положение в процессе движения машины.

Как известно из литературы, в том числе в [1-3], основным критерием неравномерности вращения любого тела (что в полной мере относится к вращающемуся выходному валу карданной передачи) является его угловая скорость. Эта неравномерность оказывает негативное влияние на выходные характеристики механизмов трансмиссии машин.

Исследований, посвященных изучению влияния угла излома карданной передачи на неравномерность вращения её выходного вала, в литературе приведено не достаточно [1-3].

В данной работе сделана попытка, по всей видимости, впервые провести более полное исследование кинематических характеристик (помимо величины угловой скорости, здесь, исследуется ещё и величина углового ускорения) одношарнирной карданной передачи с переменным углом излома. Это позволит в дальнейшем, на стадии проектирования машины, обосновать выбор схемы карданной передачи с приемлемой для практики величиной неравномерности вращения выходного вала с учетом величины углового ускорения.

Рассмотрим трансмиссию транспортного средства (рисунок 1), где мощность от коробки передач к ведущему мосту передается посредством одношарнирной карданной передачи, которая в процессе движения машины может изменять свое первоначальное положение.

Для одношарнирной карданной передачи (рисунок 2) из литературы [1-2] известна зависимость (1).

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{\cos(\alpha)}{1 - \sin^2(\alpha) \cdot \cos^2(\lambda)}, \quad (1)$$

где  $\lambda$  - угол поворота ведущего вала;  $\alpha$  - угол излома карданного шарнира.

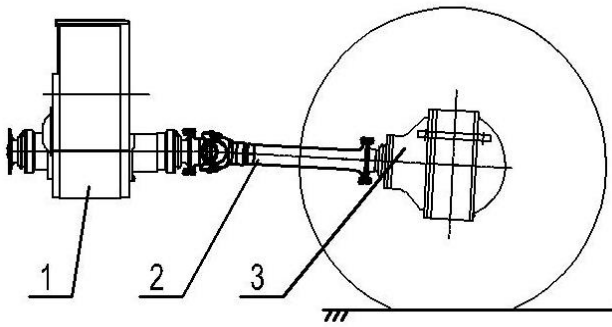


Рисунок 1 – Схема установки одношарнирной карданной передачи на транспортном средстве:

- 1- коробка переключения передач;
- 2- карданный вал;
- 3- задний мост с колесами

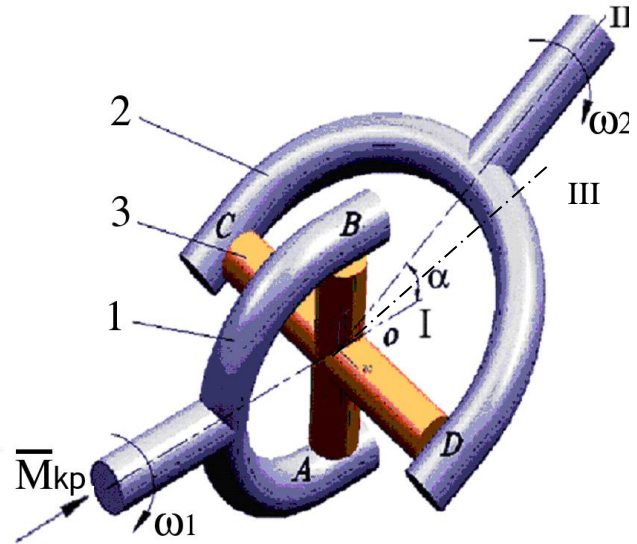


Рисунок 2 – Кинематическая схема карданного шарнира: 1, 2 – вилки; 3 – крестовина; I – ось вращения вилки 1; II – ось вращения вилки 2;  $\alpha$  – угол между осями I и II; III – новое положение оси вращения вилки 2 при переменном угле  $\alpha$ ;  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – угловые скорости ведущего и ведомого валов

В выражении (1) введем замену:

$$K(\alpha, \lambda) = \frac{\cos(\alpha)}{1 - \sin^2(\alpha) \cdot \cos^2(\lambda)}. \quad (2)$$

Тогда 
$$\omega_2 = \omega_1 \cdot K(\lambda, \alpha). \quad (3)$$

Определим угловое ускорение ведомого вала  $\varepsilon_2$ , взяв полную производную по времени от левой и правой частей выражения (3):

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d\omega_1}{dt} \cdot K(\alpha, \lambda) + \omega_1 \cdot \left( \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dt} + \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \right). \quad (4)$$

Представим выражение (4) в другом виде:

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \varepsilon_1 \cdot K(\alpha, \lambda) + \omega_1 \cdot \left( \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} \cdot \omega_\lambda + \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha} \cdot \omega_\alpha \right), \quad (5)$$

где  $\omega_\lambda = \frac{d\lambda}{dt}$ ;  $\varepsilon_1$  – угловое ускорение входного вала;  $\omega_\alpha = \frac{d\alpha}{dt}$  – угловая скорость

ведомого вала при перемещении оси II в положение III (см. рисунок 2).

Для анализа выражения (5) рассмотрим четыре случая.

**Первый случай.** Угловое ускорение входного вала  $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = 0$  (входной вал вращается равномерно), угловая скорость ведомого вала при перемещении оси II в положение III  $\omega_\alpha = \frac{d\alpha}{dt} = 0$  (угол излома  $\alpha = const$ , ось II – неподвижна).

Выражение (5) примет вид:

$$\varepsilon_2^{(1)} = \omega_1 \cdot \left( \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dt} \right) = \omega_1^2 \cdot \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda}. \quad (6)$$

В выражении (6) введем замены:  $k\lambda(\alpha, \lambda) = \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda}$ ,  $\omega_1 = \omega_1$  и  $\varepsilon_{21}(\alpha, \lambda, \omega_1) = \varepsilon_2^{(1)}$ .

Тогда  $\varepsilon_{21}(\alpha, \lambda, \omega_1)$  примет вид:

$$\varepsilon_{21}(\alpha, \lambda, \omega_1) := k\lambda(\alpha, \lambda) \cdot \omega_1^2.$$

Найдем частную производную  $k\lambda(\alpha, \lambda)$ :

$$k\lambda(\alpha, \lambda) := \frac{(-1 + \cos(\alpha))^2 \cdot (2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\lambda) \cdot \sin(\lambda))}{1 - 2 \cdot \cos(\lambda)^2 + 2 \cdot \cos(\lambda)^2 \cdot \cos(\alpha)^2 + \cos(\lambda)^4 - 2 \cdot \cos(\lambda)^4 \cdot \cos(\alpha)^2 + \cos(\lambda)^4 \cdot \cos(\alpha)^4}$$

Построим графики зависимости углового ускорения  $\varepsilon_{21}(\alpha, \lambda, \omega_1)$  в функции угла поворота ведущего вала  $\lambda$  при различных значениях угла излома  $\alpha$  ( $\omega_1 = 30\pi \text{ рад/с}$ ).

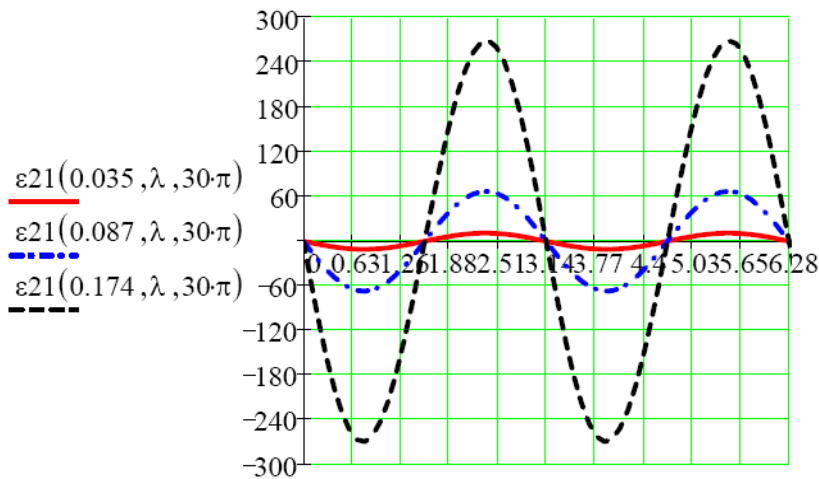


Рисунок 3 – График зависимости углового ускорения  $\varepsilon_{21}$  в функции угла поворота ведущего вала  $\lambda$  при различных значениях угла излома:  $\alpha=0,035; 0,087; 0,174 \text{ рад}$  ( $2^\circ; 5^\circ; 10^\circ$ )

**Второй случай.** Угловое ускорение входного вала  $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = 0$ , угловая скорость ведомого вала при перемещении оси II в положение III  $\omega_\alpha = \frac{d\alpha}{dt} \neq 0$  (при переменном угле  $\alpha$  ось II - подвижна).

Выражение (5) примет вид:

$$\varepsilon_2^{(2)} = \omega_1 \cdot \left( \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dt} + \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \right) = \omega_1^2 \cdot \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} + \omega_1 \cdot \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha} \cdot \omega_\alpha. \quad (7)$$

В выражении (7) введем замены:

$$k\alpha(\alpha, \lambda) = \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha}, \quad \varepsilon_{22\alpha} = k\alpha(\alpha, \lambda) \cdot \omega_1 \cdot \omega_\alpha, \quad \varepsilon_{22\lambda} = k\lambda(\alpha, \lambda) \cdot (\omega_1)^2, \quad \varepsilon_{22}(\alpha, \lambda) = \varepsilon_2^{(2)}.$$

Тогда  $\varepsilon_{22}(\alpha, \lambda)$  примет вид:

$$\varepsilon_{22}(\alpha, \lambda) := \varepsilon_{22\alpha}(\alpha, \lambda) + \varepsilon_{22\lambda}(\alpha, \lambda).$$

Найдем частную производную  $k\alpha(\alpha, \lambda)$ :

$$k\alpha(\alpha, \lambda) := \frac{(-1 + \cos(\lambda))^2 + \cos(\lambda)^2 \cdot \cos(\alpha)^2 \cdot \sin(\alpha)}{1 - 2 \cdot \cos(\lambda)^2 + 2 \cdot \cos(\lambda)^2 \cdot \cos(\alpha)^2 + \cos(\lambda)^4 - 2 \cdot \cos(\lambda)^4 \cdot \cos(\alpha)^2 + \cos(\lambda)^4 \cdot \cos(\alpha)^4}$$

Построим графики зависимости углового ускорения  $\varepsilon_{22\alpha}(\alpha, \lambda)$  и  $\varepsilon_{22}(\alpha, \lambda)$  при  $\omega_1 \cdot \omega_\alpha \cong \pi^2$ .

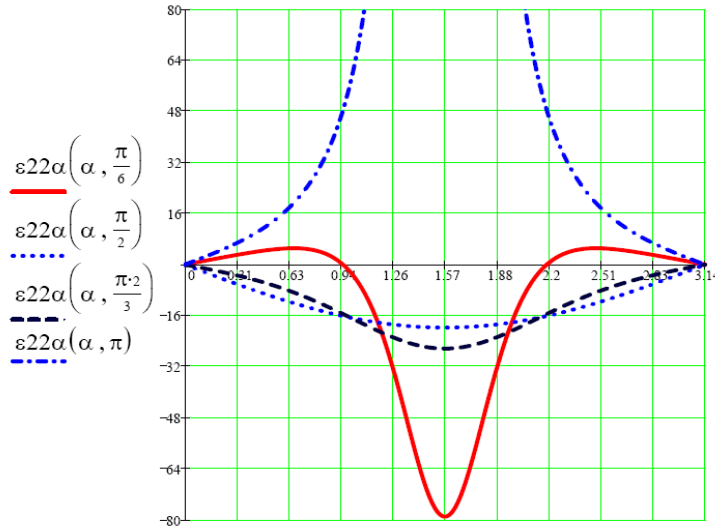


Рисунок 4 – График зависимости углового ускорения  $\varepsilon_{22\alpha}$  в функции угла излома  $\alpha$  при различных значениях угла  $\lambda$ :  $\lambda = \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}; \pi$  рад

**Третий случай.** Угловое ускорение входного вала  $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} \neq 0$ , угловая скорость ведомого вала при перемещении оси II в положение III  $\omega_\alpha = \frac{d\alpha}{dt} = 0$  (угол излома  $\alpha = const$ , ось II - неподвижна).

Выражение (5) примет вид:

$$\varepsilon_2^{(3)} = \frac{d\omega_1}{dt} \cdot K(\alpha, \lambda) + \omega_1^2 \cdot \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda}. \quad (8)$$

Тогда  $\varepsilon_{23}(\alpha, \lambda)$  примет вид:  $\varepsilon_{23}(\alpha, \lambda) := \varepsilon_1 \cdot k(\alpha, \lambda) + \omega_1^2 \cdot k\lambda(\alpha, \lambda)$ .

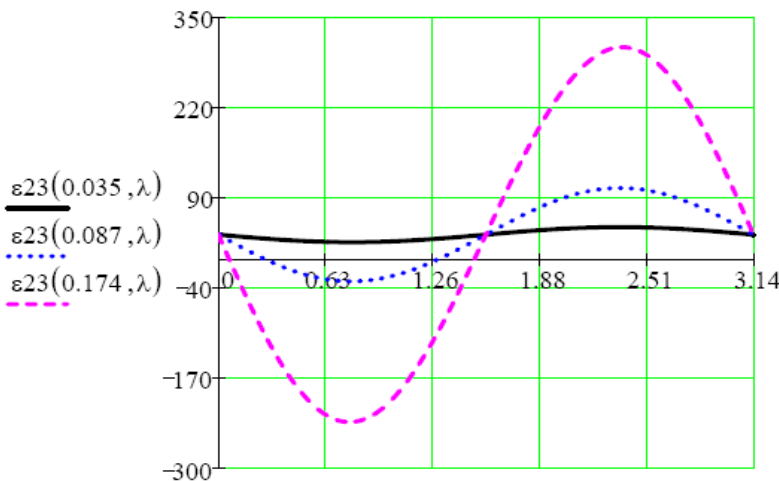


Рисунок 5 – График зависимости углового ускорения  $\varepsilon_{23}$  в функции угла поворота ведущего вала  $\lambda$  при различных значениях угла излома:  $\alpha = 0,035; 0,087; 0,174$  рад ( $2^\circ; 5^\circ; 10^\circ$ )

**Четвертый случай.** Угловое ускорение входного вала  $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} \neq 0$ , угловая скорость ведомого вала при перемещении оси II в положение III  $\omega_\alpha = \frac{d\alpha}{dt} \neq 0$  (при переменном угле  $\alpha$  ось II - подвижна).

Выражение (5) примет вид:

$$\varepsilon_2^{(4)} = \frac{d\omega_1}{dt} \cdot K(\alpha, \lambda) + \omega_1^2 \cdot \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} + \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot \omega_1. \quad (9)$$

Тогда  $\varepsilon_{24}(\alpha, \lambda)$  примет вид:  $\varepsilon_{24}(\alpha, \lambda) := \varepsilon_1 \cdot k(\alpha, \lambda) + \omega_1^2 \cdot k\lambda(\alpha, \lambda) + \omega_\alpha \cdot \omega_1 \cdot k\alpha(\alpha, \lambda)$ .

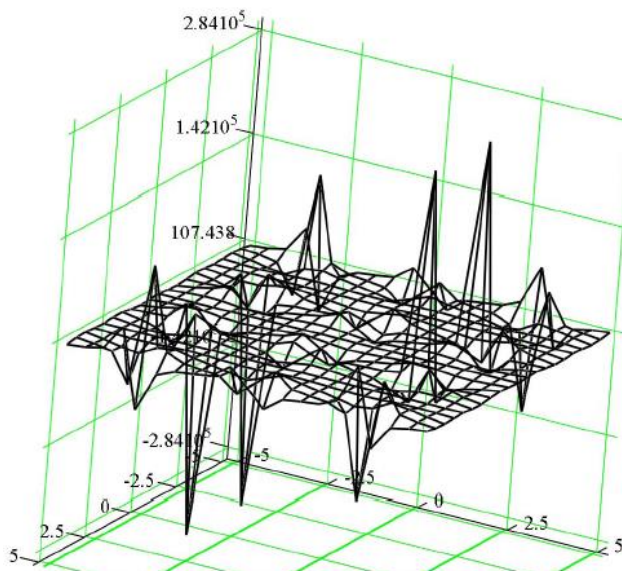


Рисунок 6 – График зависимости углового ускорения  $\varepsilon_{24}$  в функции двух углов:  $\lambda$  и  $\alpha$

## Выводы

1. Величина углового ускорения выходного вала карданной передачи сильно зависит от угла излома.

2. Угловое ускорение в функции угла излома создает дополнительный вращающий момент (в динамике) на ведущих колесах автомобиля, который вращающимся колесам придает дополнительное осциллирующее движение относительно их осей вращения.

3. Знание величины углового ускорения в функции угла излома позволяет проводить расчеты, связанные с динамикой деталей трансмиссии, колес и автомобиля в целом.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский, Л.Г. Курс теоретической механики, ч.1 // Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье. М.: 1954. - 379с.
2. Малаховский Я.Э. Карданные передачи // Я.Э. Малаховский, А.А. Лапин, Н.К. Веденеев / М.: 1962. – 155с.
3. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин // И.И. Артоболевский / М. «Наука» 198 639с.

