Белорусский национальный технический университет, Минск

СЕМЕЙСТВО НОВЫХ ПРИКЛАДНЫХ КРИТЕРИЕВ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ-НЕУСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ

Гурвич Ю.А.

In this article a set of new applied criteria of oscillatory and a periodic movements that can be used in different fields of science and technology is described.

В курсе «Теоретическая механика» в разделе «Динамика» из дифференциального уравнения движения груза, прикрепленного к пружине, под действием двух сил: силы упругости и силы сопротивления среды, пропорциональной первой степени скорости, выводится критерий темпа затухания колебательного процесса – логарифмический декремент колебаний

$$D = \left(\ln \frac{A_i}{A_{i+1}} = nT \right),$$

где $\mathbf{A_i}$ – амплитуда; **n** − коэффициент демпфирования; **T** – период колебания.

Этот критерий до сих пор широко используется во многих областях науки и техники, например: при проектировании всех транспортных средств (самолетов, вертолетов, автомобилей и т.д.); на стадии проектирования звукоизолирующих перегородок в промышленных и гражданских зданиях.

Известно, что одним из средств борьбы с колебаниями упругих конструкций служат специальные покрытия, способные к интенсивному поглощению энергии колебаний. Эффективность применения на практике того или иного покрытия определяется критерием темпа затухания колебательного процесса **D**.

Однако Ю.К. Фавстовым [1] экспериментально было обнаружено парадоксальное явление, заключающееся в том, что покрытия, материал которых характеризуется большим значением критерия **D**, зачастую хуже демпфируют колебания, чем покрытия с меньшим значением этого критерия**.**

Рассмотрим виброграммы, приведенные на рис. 1. По ним можно сделать вывод: процесс, соответствующий кривой 1 затухает медленнее процесса, соответствующего кривой 2**.** Хотя логарифмический декремент в первом случае больше, чем во втором**.** Объясняется это тем, как сообщалось в печати [2], что «... логарифмический декремент колебаний характеризует затухание не за объективную единицу времени (например, за одну секунду), а за один период колебаний».

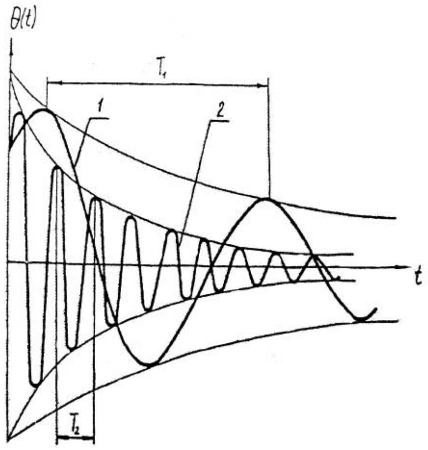

Рис.1. Какие колебания 1 или 2 затухают быстрее?

Помимо такого серьезного недостатка, как «парадокс» у логарифмического декремента колебаний имеются еще недостатки, которые описаны в [3,4].

Поэтому для исследований различного рода колебательных процессов предлагается два семейства новых прикладных критериев колебательной устойчивости-неустойчивости движения, которые свободны от всех указанных недостатков.

При этом любой критерий из каждого семейства критериев должен удовлетворять следующим требованиям:

- не должен противоречить теории линейных колебаний;

- должен отличать «медленные» и «быстрые» движения;
- может оценить колебания с увеличивающейся амплитудой.

«Расшифруем» перечисленные требования.

Так, под «не противоречить теории линейных колебаний» понимается, что:

во-первых, критерий не должен противоречить логарифмическому декременту колебаний, с помощью которого определяется темп затухания любых колебаний − линейных (для них логарифмический декремент − постоянное число) и нелинейных (логарифмический декремент постепенно меняется);

во-вторых, его можно аппроксимировать экспонентой, поскольку в основу логарифмического декремента колебаний положена экспоненциальная функция;

в-третьих, с его помощью можно оценить колебания с увеличивающейся амплитудой (нарастающие или расходящиеся колебания − признак неустойчивости движения).

Второе требование связано с терминами «медленные» и «быстрые» движения. Чтобы понять, что под ними кроется, рассмотрим пример.

Допустим, что колебательная система, например управляемая ось автомобиля, имеет логарифмический декремент колебаний **D**, равный 10. Очевидно, что **D** = 10 можно получить бесчисленным числом способов сочетания **n** и **T.** Поэтому «медленными» будем считать те колебания, у которых **T** ≥ **n**, а «быстрыми» — у которых, наоборот, **n** ≥ **T**.

Физически это означает следующее. При ширине дорожного полотна 3 м автомобиль, движущийся, например, со скоростью 15 м/с (54 км/ч), при наезде передними колесами на неровность, вызвавшую «быстрые» движения этих колес (см. кривую **2** на рис. 1), с полосы не сойдет. Если же движения «медленные» (см. кривую **1** на рис. 1), автомобиль на полотне не удержится.

Исходя из сказанного, в качестве первого семейства критериев (без вывода) предлагается величина, обратная коэффициенту **n** демпфирования (затухания) системы

Критерии первого семейства

$$F_1 = \frac{\frac{T}{2}}{\ln\frac{A_i}{A_{i+1}}} \quad , \dots , \; F_1 = \frac{\frac{\lambda}{2}T}{\ln\frac{A_i}{A_{i+\lambda}}}, \tag{1}$$

где i, λ – целые числа 1,2,3,…, .

Критерий **F_1** своим числителем оценивает время, а знаменателем − тенденции к нарастанию или затуханию колебаний: если знаменатель больше нуля, то имеет место колебательная устойчивость (затухание колебаний), если меньше − колебательная неустойчивость (нарастание колебаний).

Первое семейство критериев (1) необходимо применять, когда логарифмический декремент колебаний остается постоянным для всего процесса затухающих или нарастающих колебаний.

В качестве второго семейства критериев (без вывода) предлагается также величина, обратная коэффициенту **n** демпфирования (затухания) системы.

Приведем формулы для критериев второго семейства **F_2**, **F_3**, **F_4**, … , . Здесь цифрами 2, 3, 4 и т.д. обозначается суммарное количество амплитуд отдельно для числителя и отдельно для знаменателя дроби, находящейся под знаком натурального логарифма.

Критерии второго семейства

<u>Критерий F_2 (j > i).</u> $$F_2 = \frac{\frac{\lambda}{2}T}{\ln\left(\frac{A_i + A_j}{A_{i+\lambda} + A_{j+\lambda}}\right)}. \qquad (2)$$

Если $\lambda = 1$, i = 1, j = 3, то $$F_2 = \frac{\frac{T}{2}}{\ln\left(\frac{A_1 + A_3}{A_2 + A_4}\right)}.$$

Если $\lambda = 3$, i = 1, j = 3, то $$F_2 = \frac{\frac{3}{2}T}{\ln\left(\frac{A_1 + A_2}{A_4 + A_5}\right)}.$$

<u>Критерий F_3 (k > j > i).</u> $$F_3 = \frac{\frac{\lambda}{2}T}{\ln\left(\frac{A_i + A_j + A_k}{A_{i+\lambda} + A_{j+\lambda} + A_{k+\lambda}}\right)}. \qquad (3)$$

Если $\lambda = 2$, $i = 1$, j = 3, k = 4, то $$F_3 = \frac{T}{\ln\left(\frac{A_1 + A_3 + A_4}{A_3 + A_5 + A_6}\right)}.$$

<u>Критерий F_4 (l > k > j > i).</u> $$F_4 = \frac{\frac{\lambda}{2}T}{\ln\left(\frac{A_i + A_j + A_k + A_l}{A_{i+\lambda} + A_{j+\lambda} + A_{k+\lambda} + A_{l+\lambda}}\right)}. \qquad (4)$$

Если $\lambda = 4$, i = 2, j = 3, k = 4, l = 5, то $$F_4 = \frac{2T}{\ln\left(\frac{A_2 + A_3 + A_4 + A_5}{A_6 + A_7 + A_8 + A_9}\right)}.$$

Второе семейство критериев (2) – (4) может применяться в тех случаях, когда логарифмический декремент колебаний не является постоянной величиной для всего процесса затухающих или нарастающих колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фастов Ю.К. «Известия АН СССР», ОТН, Механика и машиностроение, №3, 1963.
2. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. - М.: Наука, 1967, - 420 с.
3. Гурвич Ю.А. Новые прикладные критерии колебательной и апериодической устойчивости движения колес транспортных средств. Актуальные проблемы в динамике и прочности в теоретической и прикладной механике: Сб. науч. тр. – Мн.: 2001.- с.148-162.
4. Гурвич Ю.А., Сырокваш Ю.Д. Прикладные критерии устойчивости движения управляемых колес транспортных средств. Автомобильная промышленность. М.: 2005, - с.23-27.