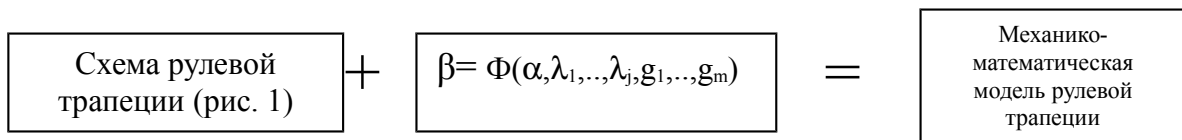


Гурвич Юрий Абрамович (Gurvich Yuriy Abramovich): Республика Беларусь, г. Минск, Белорусский Национальный Технический Университет, кандидат технических наук, доцент кафедры “Теоретическая механика”, доцент

Разработка механико-математической модели новой рулевой трапеции автобуса «МАЗ»

УДК 531.2.3.114:371.3

Под механико-математической моделью понимается совокупность схемы рулевой трапеции и формализованной связи (математического описания $\beta = \Phi(\alpha, \lambda_1, \dots, \lambda_j, g_1, \dots, g_m)$, где β – угол поворота внешнего управляемого колеса машины; α – угол поворота внутреннего колеса; $\lambda_1, \dots, \lambda_j$ – управляемые параметры; j – количество управляемых параметров; g_1, \dots, g_m – неуправляемые параметры; m – количество неуправляемых параметров.



В литературе приведено большое число различных конструкций рулевых трапеций, которые используются в машинах на пневмоколесном ходу. Соответственно приведены схемы этих рулевых трапеций. Известна только одна механико-математическая модель – модель четырехзвенной неразрезной рулевой трапеции, впервые полученная академиком Е.А. Чудаковым [1]. Для всех остальных конструкций рулевых трапеций приведены только схемы, а математические описания $\beta = \Phi(\alpha, \lambda_1, \dots, \lambda_j, g_1, \dots, g_m)$ отсутствуют. Причём для каждой новой конструкции рулевой трапеции будет свое число звеньев и своя совокупность конструктивных параметров.

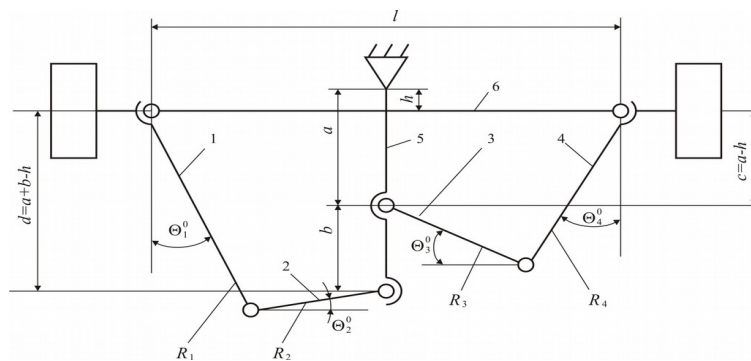


Рис. 1. Схема несимметричной шестизвенной рулевой трапеции автобуса «МАЗ», колеса которого находятся в нейтральном положении

Постановка задачи. Для расчета параметров шестизвенной рулевой трапеции изображенной на рис.1 необходимо формализовать связь угла поворота наружного колеса β от угла поворота внутреннего колеса α и других управляемых и неуправляемых (конструктивных) параметров $\beta = \beta(\alpha, \lambda_1, \dots, \lambda_j, g_1, \dots, g_m)$.

На рисунке 1 изображена новая шестизвенная рулевая трапеция автобуса «МАЗ» в исходном положении. На этом рисунке пронумерованы длины стержней 1 – 5 соответственно через $R_1 - R_5$, $R_5 = a + b$, $L = 2l$, а углы, определяющие направление стержней в начальном положении (до поворота рулевого колеса), обозначены индексом «0»: $\Theta_1^0, \Theta_2^0, \Theta_3^0, \Theta_4^0$.

При повороте рулевого колеса автобуса углы $\Theta_1^0, \Theta_2^0, \Theta_3^0, \Theta_4^0$ станут другими, и появится угол наклона стержня 5 к вертикали. Обозначим угол, определяющий направления стержней 1 – 5 в ненулевом положении $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4, \Theta_5$ (Рис. 2).

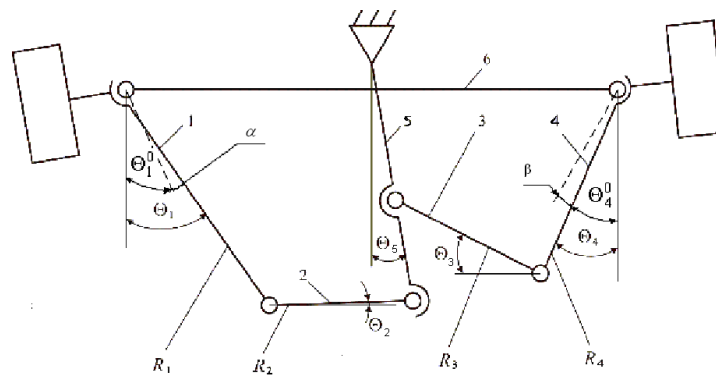


Рис. 2. Схема несимметричной шестизвенной рулевой трапеции автобуса «МАЗ», колеса которого находятся в повернутом положении

Штриховыми линиями на рис. 2 показаны начальные положения стержней 1 и 5. При повороте управляемого внутреннего колеса автобуса влево на угол α стержни 1, 4 и 5 будут вращаться против часовой стрелки, а углы Θ_1 и Θ_4 будут соответственно равны: $\Theta_1 = \Theta_1^0 + \alpha$, $\Theta_4 = \Theta_4^0 - \beta$, $\alpha = \Theta_1 - \Theta_1^0$, $\beta = \Theta_4^0 - \Theta_4$.

Для расчета параметров шестизвенной рулевой трапеции требуется определить зависимость угла поворота наружного колеса β от угла поворота внутреннего колеса $\beta = \beta(\alpha, \lambda_1, \dots, \lambda_j, g_1, \dots, g_m)$ и других конструктивных параметров, что эквивалентно определению $\Theta_4 = \Theta_4(\Theta_1)$.

Определение начальных углов Θ_1^0 и Θ_4^0

Определение Θ_1^0 . Рассматриваем часть трапеции левее стержня 5 (Рис. 1).

$$\begin{cases} R_1 \sin \Theta_1^0 + R_2 \cos \Theta_2^0 = l, \\ -R_1 \cos \Theta_1^0 + R_2 \sin \Theta_2^0 + b + a = h. \end{cases} \quad (1)$$

Связи:

Система (1) — это система уравнений с двумя неизвестными Θ_1^0 и Θ_2^0 . Из (1) исключим Θ_2^0 и обозначим $b + a - h = d$. Получим:

$$\begin{cases} l - R_1 \sin \Theta_1^0 = R_2 \cos \Theta_2^0, \\ R_1 \cos \Theta_1^0 - d = R_2 \sin \Theta_2^0. \end{cases} \quad (2)$$

Возводим в квадрат уравнения (2) и складываем их. В результате получим:

$$l \sin \Theta_1^0 + d \cos \Theta_1^0 = \frac{l^2 + R_1^2 + d^2 - R_2^2}{2R_1}. \quad (3)$$

Введем угол μ_1 следующим образом:

$$\begin{cases} l = A_1 \cos \mu_1 \\ d = A_1 \sin \mu_1 \end{cases} \Rightarrow \operatorname{tg} \mu_1 = \frac{d}{l}, \quad A_1 = \sqrt{l^2 + d^2}, \quad \mu_1 = \operatorname{arctg} \frac{d}{l}.$$

Преобразуем выражение (3):

$$\Theta_1^0 = \arcsin \frac{l^2 + R_1^2 + d^2 - R_2^2}{2R_1 \sqrt{l^2 + d^2}} - \operatorname{arctg} \frac{d}{l}.$$

Определение Θ_4^0 . Рассматриваем часть трапеции правее стержня 5 (Рис. 1).

$$\begin{cases} R_3 \cos \Theta_3^0 + R_4 \sin \Theta_4^0 = l, \\ -d + b - R_3 \sin \Theta_3^0 + R_4 \cos \Theta_4^0 = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Связи:

Из (4) исключим Θ_3^0 и обозначим $c = d - b = a - h$. Получим:

$$\begin{cases} R_3 \cos \Theta_3^0 = l - R_4 \sin \Theta_4^0, \\ R_3 \sin \Theta_3^0 = R_4 \cos \Theta_4^0 - c. \end{cases} \quad (5)$$

Исключим из уравнений (5) Θ_3^0 , возведем их в квадрат и сложим:

$$l \sin \Theta_4^0 + c \cos \Theta_4^0 = \frac{l^2 + R_4^2 + c^2 - R_3^2}{2R_4}. \quad (6)$$

Введем угол μ_2 следующим образом:

$$\begin{cases} l = A_2 \cos \mu_2 \\ d = A_2 \sin \mu_2 \end{cases} \Rightarrow \operatorname{tg} \mu_2 = \frac{c}{l}, \quad A_2 = \sqrt{l^2 + c^2}, \quad \mu_2 = \operatorname{arctg} \frac{c}{l}.$$

Преобразуем выражение (6):

$$\Theta_4^0 = \arcsin \frac{l^2 + R_4^2 + c^2 - R_3^2}{2R_4 \sqrt{l^2 + c^2}} - \operatorname{arctg} \frac{c}{l}.$$

Определение зависимости $\Theta_4 = \Theta_4(\Theta_1)$

Определение зависимости между Θ_1 и Θ_5 . Рассматриваем левую часть трапеции (левее стержня 5).

$$\begin{cases} R_1 \sin \Theta_1 + R_2 \cos \Theta_2 = (a+b) \sin \Theta_5 + l, \\ R_1 \cos \Theta_1 + R_2 \sin \Theta_2 + (b+a) \cos \Theta_5 = h. \end{cases} \quad (7)$$

Из выражений (7) исключим Θ_2 , возведем их в квадрат и сложим:

$$\begin{aligned} 2(a+b)(R_1 \cos \Theta_1 + h) \cos \Theta_5 - 2(a+b)(l - R_1 \sin \Theta_1) \sin \Theta_5 = \\ = l^2 + (a+b)^2 + R_1^2 + h^2 - R_2^2 - 2lR_1 \sin \Theta_1 + 2hR_1 \cos \Theta_1. \end{aligned} \quad (8)$$

Определение зависимости между Θ_4 и Θ_5 .

$$\begin{cases} a \sin \Theta_5 + R_3 \cos \Theta_3 + R_4 \sin \Theta_4 = l, \\ h - a \cos \Theta_5 - R_3 \sin \Theta_3 + R_4 \cos \Theta_4 = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Из (8) исключим Θ_3 , возведем полученные уравнения в квадрат и сложим их:

$$\begin{aligned} 2a(R_4 \cos \Theta_4 + h) \cos \Theta_5 - 2a(l - R_4 \sin \Theta_4) \sin \Theta_5 = \\ = l^2 + a^2 + R_4^2 + h^2 - R_3^2 - 2lR_4 \sin \Theta_4 + 2hR_4 \cos \Theta_4. \end{aligned} \quad (10)$$

Исключим Θ_5 из уравнений (8) и (10). Уравнение (8) перепишем следующим образом:

$$\begin{aligned} (R_1 \cos \Theta_1 + h) \cos \Theta_5 - (l - R_1 \sin \Theta_1) \sin \Theta_5 = \\ = \frac{1}{2(a+b)} [l^2 + (a+b)^2 + R_1^2 + h^2 + R_2^2 - 2lR_1 \sin \Theta_1 + 2hR_1 \cos \Theta_1] \end{aligned} \quad (11)$$

Введем переменную амплитуду A_1 и $\mu_1(\Theta_1)$:

$$A_1(\Theta_1) = \sqrt{(R_1 \cos \Theta_1 + h)^2 + (l - R_1 \sin \Theta_1)^2} \quad (12)$$

и примем, что

$$\begin{aligned} (R_1 \cos \Theta_1 + h) &= A_1(\Theta_1) \sin \mu_1(\Theta_1), \\ (l - R_1 \sin \Theta_1) &= A_1(\Theta_1) \cos \mu_1(\Theta_1). \end{aligned}$$

$$\text{Тогда} \quad \mu_1(\Theta_1) = \operatorname{arctg} \frac{R_1 \cos \Theta_1 + h}{l - R_1 \sin \Theta_1}. \quad (13)$$

Преобразуем уравнение (11) и выразим из него Θ_5 :

$$\Theta_5 = \mu_1(\Theta_1) - \arcsin \frac{1}{2(a+b)} \cdot \frac{l^2 + (a+b)^2 + R_1^2 + h^2 - 2lR_1 \sin \Theta_1 + 2hR_1 \cos \Theta_1}{A_1(\Theta_1)}.$$

Окончательно $\Theta_5 = \Theta_5(\Theta_1)$:

$$\begin{aligned} \Theta_5 = & \operatorname{arctg} \frac{R_1 \cos \Theta_1 + h}{l - R_1 \sin \Theta_1} - \\ & - \arcsin \frac{l^2 + (a+b)^2 + R_1^2 + h^2 - R_2^2 - 2lR_1 \sin \Theta_1 + 2hR_1 \cos \Theta_1}{2(a+b)\sqrt{(R_1 \cos \Theta_1 + h)^2 + (l - R_1 \sin \Theta_1)^2}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Преобразуем уравнение (10) таким образом:

$$\begin{aligned} \cos \Theta_4 (2aR_4 \cos \Theta_5 - 2hR_4) + \sin \Theta_4 (2aR_4 \sin \Theta_5 + 2lR_4) = \\ = l^2 + a^2 + R_4^2 + h^2 - R_3^2 - 2ah \cos \Theta_5 + 2al \sin \Theta_5, \end{aligned}$$

или (делим на $2R_4$):

$$\begin{aligned} (a \cos \Theta_5 - h) \cos \Theta_4 + (a \sin \Theta_5 + l) \sin \Theta_4 = \\ = \frac{l^2 + a^2 + R_4^2 + h^2 - R_3^2 - 2ah \cos \Theta_5 + 2al \sin \Theta_5}{2R_4}. \end{aligned} \quad (15)$$

Вводим $\mu_2(\Theta_5)$ и переменную амплитуду

$$A_2(\Theta_5) = \sqrt{(a \cos \Theta_5 - h)^2 + (a \sin \Theta_5 + l)^2}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} a \cos \Theta_5 - h = A_2(\Theta_5) \sin \mu_2(\Theta_5) \\ a \sin \Theta_5 + l = A_2(\Theta_5) \cos \mu_2(\Theta_5) \end{cases} \Rightarrow \operatorname{tg} \mu_2(\Theta_5) = \frac{a \cos \Theta_5 - h}{a \sin \Theta_5 + l}, \end{aligned}$$

$$\mu_2(\Theta_5) = \operatorname{arctg} \frac{a \cos \Theta_5 - h}{a \sin \Theta_5 + l}.$$

Преобразуем уравнение (15) и выразим из него Θ_4 :

$$\Theta_4 = \arcsin \left(\frac{1}{2R_4 A_2(\Theta_5)} (l^2 + a^2 + R_4^2 + h^2 - R_3^2 - 2ah \cos \Theta_5 + 2al \sin \Theta_5) \right) - \mu_2(\Theta_5), \quad (17)$$

где Θ_5 определяется по формуле (14).

В итоге зависимость угла поворота наружного колеса β от угла поворота внутреннего колеса $\beta = \beta(\alpha, \lambda_1, \dots, \lambda_j, g_1, \dots, g_m)$ примет вид:

$$\beta = \Theta_4^0 - \arcsin \frac{l^2 + a^2 + R_4^2 + h^2 - R_3^2 - 2ah \cos \Theta_5 + 2al \sin \Theta_5}{2R_4 \sqrt{(a \cos \Theta_5 - h)^2 + (a \sin \Theta_5 + l)^2}} + \operatorname{arctg} \frac{a \cos \Theta_5 - h}{a \sin \Theta_5 + l},$$

где $\Theta_4^0 = \operatorname{arctg} \frac{l^2 + R_4^2 + c^2 - R_3^2}{2R_4 \sqrt{l^2 + c^2}} - \operatorname{arctg} \frac{c}{l},$

$$\begin{aligned} \Theta_5 = & \operatorname{arctg} \frac{R_1 \cos(\Theta_1^0 + \alpha) + h}{l - R_1(\Theta_1^0 + \alpha)} - \\ & - \arcsin \frac{l^2 + (a+b)^2 + R_1^2 + h^2 - R_2^2 - 2lR_1 \sin(\Theta_1^0 + \alpha) + 2hR_1 \cos(\Theta_1^0 + \alpha)}{2(a+b)\sqrt{(R_1 \cos(\Theta_1^0 + \alpha) + h)^2 + (l - R_1 \sin(\Theta_1^0 + \alpha))^2}}, \end{aligned}$$

$$\Theta_1^0 = \arcsin \frac{l^2 + R_1^2 + d^2 - R_2^2}{2R_1 \sqrt{l^2 + d^2}} - \operatorname{arctg} \frac{d}{l}.$$

Эта рулевая трапеция содержит двенадцать конструктивных параметров: $l, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 = a + b, a, b, h, \Theta_1^0, \Theta_2^0, \Theta_3^0, \Theta_4^0$, в том числе восемь независимых — $(l, R_1, R_2, R_3, R_4, a, b, h)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чудаков Е. А. Теория автомобиля. — М.: Изд. АН СССР, 1961.—462с.