

Гурвич Юрий Абрамович (Gurvich Yuriy Abramovich): Республика Беларусь, г. Минск, Белорусский Национальный Технический Университет, кандидат технических наук, доцент кафедры “Теоретическая механика”, доцент

Экспериментально-аналитический метод определения динамических характеристик ШИН

УДК 629.11.012.55:531.011 :681.51.015

Механико-математическое описание автоколебаний управляемых колес транспортных средств помимо уравнений движения содержит еще и уравнения неголономных связей катящихся эластичных шин. Эти уравнения известны в нескольких вариантах и отличаются друг от друга числом вводимых переменных, количеством кинематических и жесткостных коэффициентов, математическими выражениями для их определения, величиной диапазона путевой частоты (путевая частота $\omega = \frac{2\pi}{vT}$, где v – скорость центра колеса; T - период бокового или углового гармонического воздействия на катящееся колесо). Соответственно расчеты автоколебаний, использующие тот или иной вариант уравнений связей, имеют различную точность.

Анализ литературы [1-6] показал, что:

- автоколебания управляемых колес иногда возникают у большинства самоходных машин в диапазоне путевых частот от 0,5 до 25 рад/м;
- диапазон от 0 до 0,5 ... 0,7 рад/м включает в себя путевые частоты, соответствующие всем известным на практике эксплуатационным режимам движения пневмоколесных машин - управляемому движению, вилянию прицепов и т.д.;
- в расчетах, связанных с динамикой машин, используют характеристики шин, полученные при статических испытаниях, в лучшем случае, - из экспериментальной зависимости «боковая сила от угла увода», в то время как должны использовать динамические характеристики шин, которые могут отличаться от используемых характеристик на 40-50%.

Особенно важно использовать точные значения кинематических и жесткостных коэффициентов катящихся шин, соответствующие широкому диапазону путевой частоты (от 0 до 25 рад/м), при проектировании транспортного средства по многим критериям: отсутствие автоколебаний управляемых колес, их достаточной стабилизации, плавности хода,

безопасности движения (с учетом среднего времени реакции водителя) во всем предполагаемом скоростном диапазоне движения машины. У спроектированной машины с коэффициентами шин, соответствующими, например, диапазону путевой частоты от 0 до 0,3 рад/м, при ее эксплуатации в области больших значений путевой частоты, обязательно возникнут автоколебания управляемых колес.

Известные к настоящему времени математические выражения для определения кинематических коэффициентов катящихся в ведомом режиме шин справедливы только для небольшого по размерам диапазона путевой частоты (от 0 до 0,5 ... 0,7 рад/м), не учитывают влияние стабилизирующего момента, действующего на колесо со стороны дороги, содержат коэффициенты, для определения которых необходимо проводить разнородные эксперименты.

Исходя из изложенного, покажем, что значения кинематических и жесткостных коэффициентов катящихся шин, соответствующие широкому диапазону путевой частоты (с учетом влияния стабилизирующего момента и выполнив только один эксперимент с катящейся шиной) могут быть определены в результате параметрической идентификации процесса качения эластичных шин.

Идентификация процесса качения шин осуществляется в два этапа. На первом этапе выполняются экспериментальные работы по определению амплитудных частотных и фазовых частотных характеристик боковой силы Q и стабилизирующего момента M , действующих на колесо со стороны дороги. На втором - с помощью методов математического программирования производится оценка кинематических и жесткостных динамических коэффициентов шин. Для этих целей используется одна из двух одинаковых по структуре феноменологических моделей М.В. Келдыша и Б. И. Морозова катящегося без скольжения в ведомом режиме колеса.

$$\begin{aligned} Q &= -C_3 \xi, \\ M &= C_4 \varepsilon; \\ \dot{Y} &= v \theta - v \varepsilon + \dot{\xi}; \\ \dot{\theta} - \dot{\varepsilon} &= C_2 v \varepsilon + C_1 v \dot{\xi}, \end{aligned} \quad (1)$$

где Y - координата бокового движения центра колеса; ξ , ε - боковая и угловая деформация шины; θ - угол поворота центральной плоскости колеса относительно вертикальной оси; v - скорость центра колеса; C_1 , C_2 - кинематические коэффициенты; C_3 , C_4 - коэффициенты боковой и угловой жесткости шины.

Следовательно, при оценивании параметров C_1 возникает задача аппроксимации данных экспериментов Z_{ni} , полученных при i -тых значениях путевой частоты ω_i , расчетными частотными характеристиками X_{ni} , уравнений связей (1) в i -тых точках, находящихся в широком диапазоне путевой частоты, где $n = \overline{1, N}$ - количество частотных

характеристик; $i=\overline{1,K}$ - число точек на каждой экспериментальной частотной характеристике в выбранном диапазоне путевой частоты; Z_{ni} - массивы экспериментальных данных, представляющие амплитудные частотные и фазовые частотные характеристики боковой силы и стабилизирующего момента в выбранном диапазоне путевой частоты; X_{ni} - амплитудные частотные и фазовые частотные расчетные характеристики боковой силы и стабилизирующего момента уравнений связей (1) в i -тых точках (здесь непрерывный процесс аппроксимируется дискретным); ω_i - путевая частота, которая может варьироваться за счет линейной скорости центра колеса (при постоянном периоде T боковых и угловых гармонических колебаний колеса) или периода (при постоянной скорости v) или скорости и периода одновременно.

Величина погрешности оцениваемых коэффициентов зависит от точности математической модели и метода оптимизации. Реализация оптимальной процедуры оценивания (с минимальной погрешностью результата) гарантирована, если модель содержит:

- экспериментальные данные, которые, во-первых, отражают основные свойства уравнений связей (их линейность и безынерционность процесса качения шин), во-вторых, соответствуют предпосылкам вероятностной модели, что позволит в дальнейшем статистическими методами фильтровать влияние помех (шумов), сопутствующих опытам с шиной;

- адекватные частотные характеристики;

- наиболее информативную целевую функцию.

Полностью выполнить первое условие в экспериментах с колесом при его боковых и угловых колебаниях удалось лишь для амплитудных частотных Q_{ij} , M_{ij} и фазовых частотных $\Phi_{ij}(Q)$, $\Phi_{ij}(M)$ характеристик боковой силы и стабилизирующего момента, полученных при боковых колебаниях (рис.1).

В результате специальных экспериментов для каждого типа шин определены диапазоны амплитуд боковых колебаний y_0 , внутренних давлений в шине p и действующих на нее нормальных нагрузок G , при которых скольжением пятна контакта колеса относительно дороги можно пренебречь. Варьирование путевой частоты в этом случае осуществлялось за счет линейной скорости центра колеса при постоянном периоде, равном 4,4 с. Выполнение второго условия обеспечивалось за счет введения $m=10$ измерений.

На искомые величины C_l , ($l = \overline{1,4}$) накладываются ограничения:

$$0 < C_1 \leq C_{1 \max}, \quad 0 < C_2 \leq C_{2 \max}, \quad C_{3 \min} \leq C_3 \leq C_{3 \max}, \quad C_{4 \min} \leq C_4 \leq C_{4 \max}. \quad (2)$$

Значения $C_{3,4 \min}$, $C_{3,4 \max}$ определяются соответственно из экспериментальных амплитудных характеристик боковой силы и стабилизирующего момента.

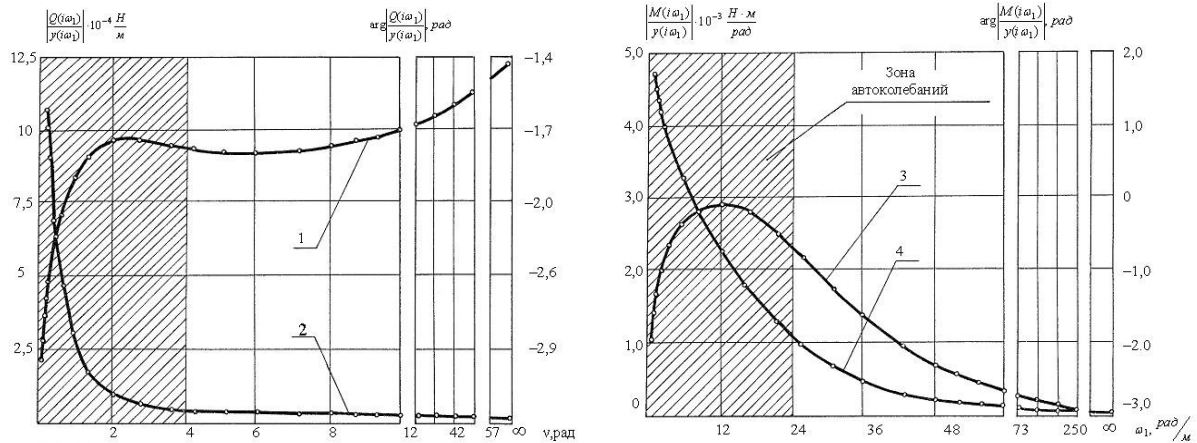


Рис.1. Экспериментальные данные по шинам: амплитудные частотные (1,3) и фазовые частотные (2,4) характеристики боковой силы и стабилизирующего момента при боковых колебаниях шины 5,00-10 (G =4 кН, p=0,24 МПа, y₀=2,5·10⁻² м)

В качестве критерия оптимальности, устанавливающего меру близости между совокупностью расчетных частотных характеристик уравнений неавтономных связей (1) и соответствующей совокупностью экспериментальных частотных характеристик, может быть использована одна из двух наиболее употребительных на практике норм Чебышева (3) или Гильберта (4)

$$F_2 = \min \max_{1 \leq n \leq N} \lambda_n |X_{ni} - Z_{ni}|; \quad (3)$$

$$F_2 = \min \sum_{n=1}^N \lambda_n \sum_{i=1}^k (X_{ni} - Z_{ni})^2, \quad (4)$$

где λ_n – весовые коэффициенты.

Статистический анализ целевых функций (3), (4) и данных экспериментов, которые:

- соответствуют вероятностной модели;
 - разбиты на i групп по j измерений в каждой группе; - зависят от одного фактора - дискретных значений путевой частоты ω_i ,
- показал, что в качестве весовых коэффициентов необходимо использовать отношение

$$\lambda_n = \frac{1}{S_n^2}, \quad (5)$$

где S_n^2 - дисперсия однофакторного дисперсионного анализа, представляющая сумму межгрупповой (i) и внутригрупповой (j) дисперсии

$$S_n^2 = \frac{m}{k-1} \sum_{i=1}^k (\bar{Z}_{ni} - \bar{Z}_n)^2 + \frac{1}{km-1} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (Z_{nij} - \bar{Z}_{ni})^2;$$

$$\bar{Z}_{ni} = m^{-1} \sum_{j=1}^m Z_{nij} - \text{среднее измерений в } i\text{-той группе};$$

$\bar{z}_{n=(km)^{-1}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m z_{nij}$ - среднее всех измерений.

Обобщённый критерий представляет собой совокупность четырех разнородных частотных характеристик и формируется с помощью весовых коэффициентов (5), имеющих размерность дисперсии, на основе нормы Гильберта (4)

$$F_3 = \min \sum_{n=1}^N S_n^{-2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (X_{ni} - Z_{nij})^2. \quad (6)$$

Совокупность параметрических ограничений (2) и целевой функции (6) представляет собой математическую модель идентификации процесса качения колеса.

$$\begin{aligned} C_{l \min} \leq C_l \leq C_{l \max} & \quad \parallel \quad i = \overline{1, \rho}, \\ X_{li} \leq X_{ni} \leq X_{Ni} & \quad \parallel \quad n = \overline{1, N}, \\ \lambda_1 \leq \lambda_n = S_n^{-2} \leq \lambda_n & \quad \parallel \quad i = \overline{1, k}, \\ Z_{lij} \leq Z_{nij} \leq Z_{Nij} & \quad \parallel \quad j = \overline{1, m}. \end{aligned} \quad (7)$$

$$F_3 \rightarrow \min.$$

Анализ частотных характеристик уравнений связей (1) в случае боковых и угловых колебаний колеса и сопоставление их с результатами различных экспериментов с шиной позволяют утверждать, что пригодными для идентификации в диапазоне путевой частоты от 0 до 25 рад/м оказались четыре частотные характеристики, полученные при боковых колебаниях:

$$\begin{aligned} Q_i^T &= \frac{C_3 \omega_i \sqrt{\omega_i^2 + C_2^2}}{\sqrt{(C_1 - \omega_i^2)^2 + \omega_i^2 C_2^2}}; & \Phi_i^T(Q) &= \arctg\left(-\frac{C_2}{\omega_i}\right) - \arctg\left(\frac{\omega_i C_2}{C_1 - \omega_i^2}\right); \\ (8), (9) & & & \\ M_i^T &= \frac{C_4 \omega_i C_1}{\sqrt{(C_1 - \omega_i^2)^2 + \omega_i^2 C_2^2}}; & \Phi_i^T(M) &= \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega_i C_2}{C_1 - \omega_i^2}\right), & (10), (11) \\ \text{где } Q_i^T &= \left| \frac{Q(j_1 \omega_i)}{Y(j_1 \omega_i)} \right|; & \Phi_i^T(Q) &= \arg \frac{Q(j_1 \omega_i)}{Y(j_1 \omega_i)}; & M_i^T &= \left| \frac{M(j_1 \omega_i)}{Y(j_1 \omega_i)} \right|; & \Phi_i^T(M) &= \arg \frac{M(j_1 \omega_i)}{Y(j_1 \omega_i)}. \end{aligned}$$

амплитудные частотные и фазовые частотные характеристики боковой силы и стабилизирующего момента в функции дискретных i -тых значений путевой частоты; j_1 - мнимая единица.

Анализ частотных характеристик (8) и (11) уравнений связей (1) показал, что число оцениваемых коэффициентов может колебаться от двух (C_1 и C_2), если использовать совокупность фазовых частотных характеристик (9) и (11) или какую-либо одну из них, до четырех ($\overline{C_1, C_4}$) в случае учета совокупности частотных характеристик (8) и (10) или (8)-(11). При этом информативность целевой функции, которая зависит от количества C_1 , от числа и вида используемых X_{ni} является переменной.

Указанное обстоятельство приводит к необходимости установления иерархии среди целевых функций (а также среди механико-математических моделей), исходя из их информативности.

Для сравнения результатов вычислений коэффициентов совокупности моделей и их анализа был разработан комплекс проблемно-ориентированных программ.

В результате анализа установлено, что наибольшей информативностью обладает модель, содержащая все четыре амплитудные и фазовые частотные характеристики, которая позволяет одновременно оценивать четыре коэффициента шин.

$$\begin{aligned}
 0 < C_1 \leq 10^3 \frac{1}{M^2}, & \quad X_{ni} = \begin{cases} 1, & i = \overline{1,4}, \\ 0, & i = \overline{5,8}, \end{cases} \\
 0 < C_2 \leq 10^3 \frac{1}{M}, & \quad \lambda_n = S_n^{-2} \begin{cases} 1, & n = \overline{1,4}, \\ 0, & n = \overline{5,8}, \end{cases} \\
 C_{3,4min} \leq C_3, C_4 \leq C_{3,4max}, & \quad Z_{nij} = \begin{cases} 1, & j = \overline{1,10}, \\ 0, & j = \overline{11,20}, \end{cases}
 \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
 F_4 = (10k - 1) & \left[\frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (Q_{ij} - Q_i^T)^2}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (Q_{ij} - \bar{Q})^2} + \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (Q_{ij}(\omega) - \bar{Q}(\omega))^2}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (Q_{ij}(\omega) - \bar{Q}(\omega))^2} + \right. \\
 & \left. + \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (M_{ij} - M_i^T)^2}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (M_{ij} - \bar{M})^2} + \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (M_{ij}(\omega) - \bar{M}(\omega))^2}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (M_{ij}(\omega) - \bar{M}(\omega))^2} \right] \min;
 \end{aligned}$$

$\bar{Q}, \bar{Q}(\omega), \bar{M}, \bar{M}(\omega)$ - среднее всех измерений каждого n-го массива экспериментальных данных.

В результате проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

1. Для получения динамических характеристик шин в ведомом режиме в широком диапазоне путевой частоты (0 ... 25 рад/м), соответствующем всем известным на практике эксплуатационным режимам движения машин, в том числе и автоколебаниям их управляемых колес, целесообразно использовать методы параметрической идентификации, допускающей одновременное оценивание четырех характеристик шин.

2. С целью повышения точности оценки значений характеристик шин, обобщенный критерий оптимальности необходимо формировать с помощью весовых коэффициентов, представляющих дисперсии однофакторного дисперсионного анализа, на основе нормы Гильберта.

3. Предложенный подход может быть распространен для параметрической идентификации процесса качения эластичных шин в других режимах движения колеса (в ведущем, тормозном, ведомом и т.д.),

механико-математические модели которых содержат более четырех кинематических и жесткостных коэффициентов шин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Келдыш М.В. Шимми переднего колеса трехколесного шасси.- Тр. ЦАГИ, 1945, № 564.- 33 с.
2. Колесников К.С. Автоколебания управляемых колес.- М.: Гостнаучтехиздат, 1955.- 238 с.
3. Морозов Б.И., Пчелин И.К., Хачатуров А.А. Поперечные колебания (виляние) автомобильных прицепов. — В кн.: Применение математических машин при конструировании и испытаниях автомобилей и двигателей. — М.: НАМИ-НТО. Машпром, 1963, С. 37–43.
4. Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Динамика неголономных систем. — М.: Наука, 1967.— 519 с.
5. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования.— М.: Наука, 1975.— 767 с.
6. Литвинов А.С. Управляемость и устойчивость автомобиля — М.: Машгиз, 1971.—417 с.