

**ОБУЧАЮЩИЙ И КОНТРОЛИРУЮЩИЙ КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ДЛЯ ЭВМ С  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ «MATHCAD 2000 PRO» ВЫБОРА ПАРАМЕТРОВ  
УПРАВЛЯЕМОЙ ОСИ АВТОМОБИЛЯ И АВТОБУСА**

Ю. А. Гурвич

Для осуществления многокритериального выбора параметров управляемой оси (которая состоит из колес с шинами, балки, пружин и демпферов подвески, рулевой трапеции и т.д.) во всем скоростном диапазоне движения автомобиля и автобуса (эта работа выполняется в рамках Государственной научно-технической программы «Белавтотракторостроение» на 2001-2005г.г.) необходимо выполнить следующее:

1. Составить механико-математическую модель управляемой оси (представляющую собой совокупность схемы управляемой оси и дифференциальных уравнений движения управляемых колес с шинами с учетом неголономных связей катящихся без скольжения колес по дороге).
2. Привести дифференциальные уравнения к виду Коши (к дифференциальным уравнениям первого порядка для дальнейшего численного интегрирования).
3. Выбрать управляемые параметры и пределы их изменений.
4. Составить комплекс программ для ЭВМ, с помощью которого осуществить выбор точек Парето как колебательных, так и апериодических движений управляемых колес во всем скоростном диапазоне движения машины.

В результате конструктору предлагается одна из точек Парето: колебательных или апериодических движений, причем, каждой точке Парето соответствует своя совокупность управляемых параметров.

Отметим, что реализация последнего пункта представляет собой математически сложный и трудоемкий вычислительный процесс, весь ход которого практически скрыт от глаз конструктора, труден для понимания из-за недостатка знаний в области многокритериального синтеза, механики неголономных систем и т. д., что не позволяет ему достаточно полно и быстро анализировать результаты вычислений.

Для устранения этих недостатков, а так же с целью адаптации и обучения конструкторов и студентов работе с этим и другими сложными комплексами программ создан обучающий и контролирующий комплекс программ для ЭВМ с использованием «MathCAD 2000 Pro».

При составлении комплекса программ на «MathCAD 2000 Pro» необходимо выполнить следующее:

1. Составить механико-математическую модель движения управляемых осей автомобилей и автобусов.

Система дифференциальных уравнений, описывающая малые колебания управляемой передней оси с элементами рулевого привода и подвески автобуса, колеса которого имеют две основные степени свободы –  $\theta$  и  $\psi$ , имеет вид:

$$J_1 \ddot{\psi} + h_1 \dot{\psi} + [c_1 + 2N(\sigma r + \rho)]\psi - \gamma_0 J \ddot{\theta} - 2 \frac{c_v}{r} \dot{\theta} - 2\gamma_0 N(\sigma r + \rho)\theta + (ar + \sigma N)(\xi_1 + \xi_2) = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
& J_2 \ddot{\theta} + h_2 \dot{\theta} + c_2 \theta - \gamma_0 J \ddot{\psi} + 2 \frac{cv}{r} \dot{\psi} - \\
& \quad - 2\gamma_0 N(\sigma r + \rho)\psi - \gamma_0 (ar + \sigma N)(\xi_1 + \xi_2) - b(\varphi_1 + \varphi_2) = 0, \\
& \dot{\xi}_1 - r\dot{\psi} + \gamma_0 r\dot{\theta} + v\theta + v\varphi_1 = 0, \\
& \dot{\xi}_2 - r\dot{\psi} + \gamma_0 r\dot{\theta} + v\theta + v\varphi_2 = 0, \\
& \dot{\theta} + \dot{\varphi}_1 - \alpha v \xi_1 + \beta v \varphi_1 + \gamma v \psi - \gamma_0 \gamma v \theta = 0, \\
& \dot{\theta} + \dot{\varphi}_2 - \alpha v \xi_2 + \beta v \varphi_2 + \gamma v \psi - \gamma_0 \gamma v \theta = 0,
\end{aligned}$$

где

$$J_1 = 2(A + mL^2) + B;$$

$$J_2 = 2(A + ml^2);$$

$$J_1 = 2(A + mL);$$

$$L = L_1 + l;$$

$m$  – масса колеса со ступицей;

$L_1$  – расстояние от центра масс подвески до центра шкворня;

$A$  – момент инерции колеса со ступицей относительно его диаметра;

$C$  – осевой момент инерции колеса;

$B$  – центральный момент инерции передней оси;

$r$  – радиус качения колеса; угловая скорость собственного вращения колеса  $\left( \omega = \frac{v}{r} \right)$ ;

$v$  – линейная скорость центра колеса (или линейная скорость поступательного движения автобуса);

$\gamma_0$  – продольный угол наклона шкворня;

$2N$  – нагрузка на переднюю подвеску;

$\psi$  – угол поворота балки передней оси вместе с колесами относительно продольной оси автобуса;

$\theta$  – угол поворота колес относительно шкворней;

$\xi_1$  – боковая деформация левого пневматика;

$\xi_2$  – боковая деформация правого пневматика;

$\varphi_1$  – деформация скручивания левого пневматика;

$\varphi_2$  – деформация скручивания правого пневматика;

$a$  – коэффициент боковой жесткости шины;

$b$  – коэффициент угловой жесткости шины;

$\sigma$  – коэффициент упругости шины;

$\rho$  – удельная угловая жесткость шины;

$\alpha, \beta, \gamma$  – кинематические параметры пневматика;

$h_1$  – коэффициент демпфирования (вязкого трения) в подвеске;

$h_2$  – коэффициент демпфирования в рулевом управлении;

$c_1$  – коэффициент жесткости шин и рессор подвески;

$c_2$  – коэффициент жесткости рулевого управления.

Для моделирования вводятся вспомогательные переменные

$$\xi = \frac{\xi_1 + \xi_2}{2}, \quad \varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$$

и параметры

$$\eta_1 = 2N(\sigma r + \rho),$$

$$\eta = 2(ar + \sigma N),$$

$$c_0 = 2\frac{c}{r}.$$

В соответствии с этими обозначениями система дифференциальных уравнений (1) упрощается и приобретает вид (2), который также как и (1) был использован для моделирования с помощью персонального компьютера:

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\psi} + h_1 \dot{\psi} + (c_1 + \eta_1) \psi - \gamma_0 J \ddot{\theta} - c_0 v \dot{\theta} - \gamma_0 \eta_1 \theta + \eta \xi &= 0; \\ J_2 \ddot{\theta} + h_2 \dot{\theta} + c_2 \theta - \gamma_0 J \ddot{\psi} + c_0 v \dot{\psi} - \gamma_0 \eta_1 \psi - \gamma_0 \eta \xi - 2b\varphi &= 0; \\ \dot{\xi} - r \dot{\psi} + \gamma_0 r \dot{\theta} + v\theta + v\varphi &= 0; \\ \dot{\theta} + \dot{\varphi} - \alpha v \xi + \beta v \varphi + \gamma v \psi - \gamma_0 \gamma v \theta &= 0. \end{aligned} \tag{2}$$

2. В системах дифференциальных уравнений (1) и (2) управляемыми параметрами являются:

$$m, c_1, h_1, \gamma_0, c_2, h_2, l, L_1.$$

Неуправляемыми параметрами будут следующие характеристики:

$$r, a, b, \sigma, \rho, \alpha, \beta, \gamma, 2N, V.$$

Скорость  $V$  является переменной величиной, изменяющейся в широком диапазоне.

Имеется ещё ряд параметров в дифференциальных уравнениях (1) и (2), которые зависят от значений управляемых параметров, например значения  $J_1, J_2, J, A, B, C$  зависят от величин  $m, l, L_1$ .

На управляемые параметры с учётом технических требований, особенностей прототипа и т.д. накладываются ограничения в виде неравенств

$$\lambda_{j \min} \leq \lambda_j \leq \lambda_{j \max}, \quad j = 1, 2, \dots, 8.$$

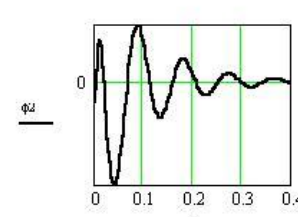
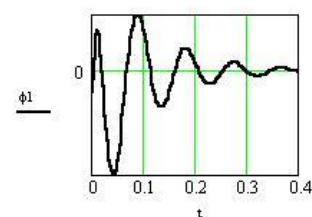
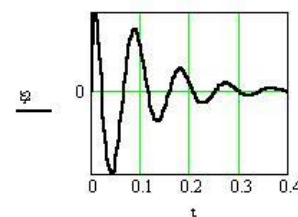
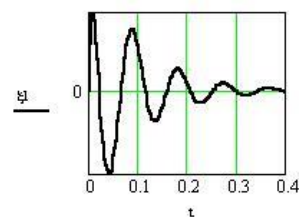
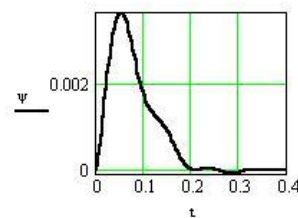
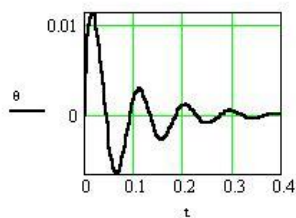
Все пределы изменения управляемых параметров сведены в таблицу 1.

**Таблица 1**

Пределы изменения управляемых параметров

Обозначение параметров	Пределы изменения параметров	
	Inf	Sup
m, кг	194	207
c <sub>1</sub> , Н/м	100000	187000
c <sub>2</sub> , кН·м/рад	0	180000
h <sub>1</sub> , Н·с/м	20000	30000
h <sub>2</sub> , кг·м <sup>2</sup> /с	200	1500
γ <sub>0</sub> , рад	-0,1	0,1
l, м	0,127	0,147
L <sub>1</sub> , м	0,898	0,938

3. Пример расчета фазовых переменных  $\Theta$ ,  $\psi$ ,  $\xi_1$ ,  $\xi_2$ ,  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  при определенных значениях параметров дифференциальных уравнений приведен на графиках.



4. Изменяя одно или несколько значений параметров дифференциальных уравнений движения управляемых колес, получаем новые графические зависимости фазовых переменных.