С. В. Распопов Н. С. Николаенко Ю. А. Гурвич

Белорусский национальный технический университет

Исследование двух частичных случаев колебаний двух грузов

Аналитически решая дифференциальные уравнения движения, получим уравнения движения каждого груза в отдельности: грузы совершают гармонически колебания возле своих положений равновесия с разными амплитудами, причем более легкий груз колеблется с большей амплитудой независимо от того является он первым или вторым. Проведем исследования движения системы двух грузов, соединенных пружиной, как системы с двумя степенями свободы, при различных начальных условиях движения.

Рассмотрим первый случай:

$$x_{10} = 0;\ {}_{10} = u_0;\ x_{20} = l;\ {}_{20} = 0 \text{ при } t = 0$$

Тогда из уравнений (4) и (5) с учетом этих условий получим C_1, C_2:

$${}_1 = - ;$$

$${}_1 = - + C_1; \qquad (4)$$

$${}_1 = - + C_1 t + C_2; \qquad (5)$$

$$C_1 = u_0;\ C_2 =$$

Уравнения (14) и (15) примут вид:

$$x_2 = C_3 \cos kt + C_4 \sin kt + u_1 t + l \qquad (14.1)$$

$$x_1 = -C_3 \cos kt - C_4 \sin kt + u_0 t \qquad (15.1)$$

Продифференцируем по времени (15.1)

$$= kC_3 \sin kt - kC_4 \cos kt + u_0 \qquad (16)$$

Из (15.1) и (16) с учетом начальных условий груза 1 получим

$$C_3 = 0; \qquad C_4 = -$$

Значения C_3 и C_4 можно также определить, проведя аналогичные действия с уравнением (14.1)

Тогда уравнение движения первого груза после преобразования примет вид:

$$x_1=-(m_1u_0t+ sinkt) \quad (17)$$

а уравнение движения второго груза:

$$x_2= (m_1u_0t- sinkt)+l \quad (18)$$

Определим координату центра масс С системы грузов:

= =

Где т.е. координата центра масс при t=0, когда первый груз находится в начале координат. При последующем движении грузов центр масс системы будет перемещаться вдоль оси x со скоростью

(19)

Из формул (17),(18),(19) следует, что грузы будут совершать гармонические колебания по закону синуса относительно центра масс, который будет с течением времени удалятся от начального значения со скоростью, указанной выше, а движение грузов будет происходить в противоположных направлениях, т.е. грузы будут либо удаляться друг от друга, либо сближаться.

Рассмотрим второй случай:

$$x_{10}=a;\ _{10}=0;\ x_{20}=l;\ _{20}=l \text{ при } t=0$$

В этом случае из уравнений (4) и (5) следует:

$$C_1=0;\ C_2=$$

а уравнения (14) и (15) примут вид:

$$x_2=C_3coskt+C_4sinkt+ u_1t+l \quad (14.2)$$

$$x_1=- C_3coskt- C_4sinkt+ u_0t \quad (15.2)$$

Продифференцировав уравнение (15.2) по времени, с учетом принятых начальных условий движения и полученного в результате дифференцирования уравнения и уравнения(15.2) определим $C3$, $C4$

$$= k\ C_3\ sinkt - k\ C_4\ coskt$$

Тогда $C_4=0;\ C_3=-$ учетом этого уравнения (14.2) и (15.2) грузов примут вид:

$x_2 =$ (20)

$x_1 =$ (21)

Координата центра масс системы грузов в этом случае с учетом формул (20) и (21)

т. е. в этом случае центр масс системы не будет перемещаться, а грузы будут совершать гармонические колебания по закону косинуса возле центра масс, причем они так же будут двигаться в противоположных направлениях, т.е. если координата x_1 увеличивается, то координата x_2 будет уменьшаться. Таким образом, грузы будут либо сближаться, либо удаляться по отношению друг к другу.