

Исследование рабочих процессов движения тел по гладкой поверхности

Колола А.С., Лебедев Е. П., Рында О.С., Гурвич Ю.А.

Белорусский национальный технический университет, Минск

Движения тел по гладкой поверхности рассмотрим на примере движения электродвигателя массы M_1 , на валу мотора под прямым углом закреплен одним концом однородный стержень длины $2l$ и массы M_2 , на другой конец стержня насажен точечный груз массы M_3 , угловая скорость вала равна ω .

Определим горизонтальное движение мотора, наибольшее горизонтальное усилие R , действующее на болты, если ими будет закреплен кожух электромотора на фундаменте.

Покажем на рисунке 1 силы тяжести каждой части мотора — M_1g, M_2g, M_3g и суммарную реакцию \bar{N} фундамента.

1) Если мотор не закреплен на фундаменте, то при движении стержня с точечным грузом корпус электромотора начнет движение, обозначим его перемещение X и запишем координату центра масс по оси x :

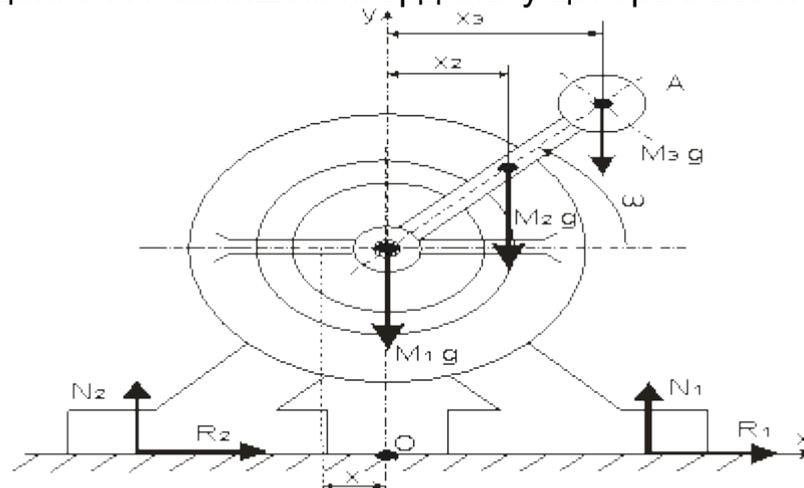


Рисунок 1 – Силы, действующие на электродвигатель.

$$x_{c1} = \frac{\sum m_k x_k}{\sum m_k} = \frac{M_1(-x) + M_2(l \cos\omega t - x) + M_3(2l \cos\omega t - x)}{M_1 + M_2 + M_3} \quad (1)$$

Если стержень с точечным грузом займет вертикальное положение, то координата центра масс по оси x будет

Так как проекция главного вектора внешних сил на ось x равна нулю, то согласно следствию из теоремы о движении центра масс можно записать $x_{c1} = x_{c2} = 0$. Приравняв выражение (1) к нулю, найдем x (горизонтальное движение мотора:

$$\frac{M_1(-x) + M_2(l \cos\omega t - x) + M_3(2l \cos\omega t - x)}{M_1 + M_2 + M_3} = 0$$

или

$$l \cos \omega t (M_2 + 2M_3) = x(M_1 + M_2 + M_3),$$

откуда

$$x = \frac{l(M_2 + 2M_3) \cos \omega t}{M_1 + M_2 + M_3}.$$

В этом случае мотор совершает гармонические колебания с амплитудой A и

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

периодом T

Если мотор закреплен на фундаменте, то на болты действует срезающее усилие $R_{\square} = R_1 + R_2$.

Найдем координату центра масс:

$$x_c = \frac{\sum m_k x_k}{\sum m_k} = \frac{M_1 \cdot 0 + M_2 l \cos \omega t + M_3 2l \cos \omega t}{M_1 + M_2 + M_3} = \frac{(M_2 + 2M_3) l \cos \omega t}{M_1 + M_2 + M_3},$$

и проекцию ускорения центра масс на ось x :

$$\ddot{x}_c = \frac{-(M_2 + 2M_3) l \omega^2 \cos \omega t}{M_1 + M_2 + M_3}. \quad (2)$$

Запишем теорему о движении центра масс механической системы в проекции на ось

$$\ddot{x}_c (M_1 + M_2 + M_3) = \sum F_{kx}^e = R.$$

х:

(3)

Подставим выражения (1) в формулу (3) и получим:

$$-l \omega^2 \cos \omega t (M_2 + 2M_3) = R.$$

Значение R будет наибольшим, когда $\cos \omega t = 1$, т.е.

$$R = l \omega^2 (M_2 + 2M_3).$$

Используя данные формулы определим массу всей системы :

$$M = \sum_{i=1}^3 M_i.$$

$$M = M_1 + M_2 + M_3.$$

Координаты центров масс по оси y :

$$y_{c_1} = H,$$

$$y_{c_2} = H + l \sin \omega t,$$

$$y_{c_3} = H + 2l \sin \omega t.$$

Тогда

$$\begin{cases} \ddot{y}_{c_1} = 0, \\ \ddot{y}_{c_2} = -l \omega^2 \sin \omega t, \\ \ddot{y}_{c_3} = -2l \omega^2 \sin \omega t. \end{cases} \quad (4)$$
$$y_c = \frac{M_1 H + M_2 (H + l \sin \omega t) + M_3 (H + 2l \sin \omega t)}{M_1 + M_2 + M_3}$$

Используем теорему о движении центра масс механической

$$M y_c = \sum F_{ky}^e.$$

системы в проекции на ось у:

С учётом выражений (4) запишем

$$M y_c = -M_2 l \omega^2 \sin \omega t - 2M_3 l \omega^2 \sin \omega t = -Mg + N.$$

Откуда

$$N = (M_1 + M_2 + M_3)g - [l\omega^2(M_2 + 2M_3)\sin\omega t].$$

Наименьшим давление будет при $\sin \omega t = 1$, т.е.

$$N_{min} = (M_1 + M_2 + M_3)g - [l\omega^2(M_2 + 2M_3)].$$

Электромотор будет подпрыгивать при $N_{min} < 0$:

$$(M_1 + M_2 + M_3)g - [l\omega^2(M_2 + 2M_3)] < 0.$$

Тогда получим

$$\omega > \sqrt{\frac{(M_1 + M_2 + M_3)g}{l(M_2 + 2M_3)}}.$$