

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ШИН В ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ РЕЖИМАХ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

Гурвич Ю. А.

Process of tire motion is analyzed basing on data of the amplitude and phase frequency performance testing. Following mathematical simulation is based on phenomenological approach. Criteria of test and simulation are introduced by using unifactorial dispersion analysis. Applications of approach have allowed receiving dynamic characteristics of tires in all a high-speed range of machines movement.

Механико-математическое описание автоколебаний управляемых колес транспортных средств помимо уравнений движения содержит еще и уравнения неголономных связей катящихся эластичных шин. Эти уравнения известны в нескольких вариантах и отличаются друг от друга числом вводимых переменных, количеством кинематических и жесткостных коэффициентов, математическими выражениями для их определения, величиной диапазона путевой частоты (путевая частота $\omega = \frac{2\pi}{vT}$, где v – скорость центра колеса; T – период бокового или углового гармонического воздействия на катящееся колесо). Соответственно расчеты автоколебаний, использующие тот или иной вариант уравнений связей, имеют различную точность.

Анализ литературы (в том числе [1-6] и источников, указанных в [7]) показал, что:

- автоколебания управляемых колес иногда возникают у большинства самоходных машин в диапазоне путевых частот от 0,5 до 25 рад/м;
- диапазон от 0 до 0,5 ... 0,7 рад/м включает в себя путевые частоты, соответствующие всем известным на практике эксплуатационным режимам движения пневмоколесных машин – управляемому движению, влиянию прицепов и т.д.;
- в расчетах, связанных с динамикой машин, используют характеристики шин, полученные при статических испытаниях, в лучшем случае, – из экспериментальной зависимости «боковая сила от угла увода», в то время как должны использовать динамические характеристики шин, которые могут отличаться от используемых характеристик на 40-50%.

Особенно важно использовать точные значения кинематических и жесткостных коэффициентов катящихся шин, соответствующие широкому диапазону путевой частоты (от 0 до 25 рад/м), при проектировании транспортного средства по многим критериям: отсутствие автоколебаний управляемых колес, их достаточной стабилизации, плавности хода, безопасности движения (с учетом среднего времени реакции водителя) во всем предполагаемом скоростном диапазоне движения машины. У спроектированной машины с коэффициентами шин, соответствующими, например, диапазону путевой частоты от 0 до 0,3 рад/м, при ее эксплуатации в области больших значений путевой частоты, обязательно возникнут автоколебания управляемых колес.

Известные к настоящему времени математические выражения для определения кинематических коэффициентов катящихся в ведомом режиме шин спра-

ведливы только для небольшого по размерам диапазона путевой частоты (от 0 до 0,5 ... 0,7 рад/м), не учитывают влияние стабилизирующего момента, действующего на колесо со стороны дороги, содержат коэффициенты, для определения которых необходимо проводить разнородные эксперименты.

Исходя из изложенного, покажем, что значения кинематических и жесткостных коэффициентов катящихся шин, соответствующие широкому диапазону путевой частоты (с учетом влияния стабилизирующего момента и выполнив только один эксперимент с катящейся шиной) могут быть определены в результате параметрической идентификации процесса качения эластичных шин.

Идентификация процесса качения шин осуществляется в два этапа. На первом этапе выполняются экспериментальные работы по определению амплитудных частотных и фазовых частотных характеристик боковой силы Q и стабилизирующего момента M , действующих на колесо со стороны дороги. На втором – с помощью методов математического программирования производится оценка кинематических и жесткостных динамических коэффициентов шин. Для этих целей используется одна из двух одинаковых по структуре феноменологических моделей М.В. Келдыша и Б. И. Морозова катящегося без скольжения в ведомом режиме колеса.

$$\begin{aligned} Q &= -C_3\xi, \quad M = -C_4\varepsilon; \\ \dot{Y} &= v\theta - v\varepsilon + \dot{\xi}, \\ \dot{\theta} - \dot{\varepsilon} &= C_2v\varepsilon + C_1v\xi, \end{aligned} \quad (1)$$

где Y – координата бокового движения центра колеса; ξ, ε – боковая и угловая деформация шины; θ – угол поворота центральной плоскости колеса относительно вертикальной оси; v – скорость центра колеса; C_1, C_2 – кинематические коэффициенты; C_3, C_4 – коэффициенты боковой и угловой жёсткости шины.

Следовательно, при оценивании параметров C_1 возникает задача аппроксимации данных экспериментов Z_{ni} , полученных при i -тых значениях путевой частоты ω_i , расчетными частотными характеристиками X_{ni} , уравнений связей (1) в i -тых точках, находящихся в широком диапазоне путевой частоты, где $n = \overline{1, N}$ – количество частотных характеристик; $i = \overline{1, K}$ – число точек на каждой экспериментальной частотной характеристике в выбранном диапазоне путевой частоты; Z_{ni} – массивы экспериментальных данных, представляющие амплитудные частотные и фазовые частотные характеристики боковой силы и стабилизирующего момента в выбранном диапазоне путевой частоты; X_{ni} – амплитудные частотные и фазовые частотные расчетные характеристики боковой силы и стабилизирующего момента уравнений связей (1) в i -тых точках (здесь непрерывный процесс аппроксимируется дискретным); ω_i – путевая частота, которая может варьироваться за счет линейной скорости центра колеса (при постоянном периоде T боковых и угловых гармонических колебаний колеса) или периода (при постоянной скорости v) или скорости и периода одновременно.

Величина погрешности оцениваемых коэффициентов зависит от точности математической модели и метода оптимизации. Реализация оптимальной процедуры оценивания (с минимальной погрешностью результата) гарантирована, если модель содержит:

– экспериментальные данные, которые, во-первых, отражают основные свойства уравнений связей (их линейность и безынерционность процесса качения шин), во-вторых, соответствуют предпосылкам вероятностной модели, что позво-

лит в дальнейшем статистическими методами фильтровать влияние помех (шумов), сопутствующих опытам с шиной;

- адекватные частотные характеристики;
- наиболее информативную целевую функцию.

Полностью выполнить первое условие в экспериментах с колесом при его боковых и угловых колебаниях удалось лишь для амплитудных частотных Q_{ij} , M_{ij} и фазовых частотных $\Phi_{ij}(Q)$, $\Phi_{ij}(M)$ характеристик боковой силы и стабилизирующего момента, полученных при боковых колебаниях (рис.1).

В результате специальных экспериментов для каждого типа шин определены диапазоны амплитуд боковых колебаний y_0 , внутренних давлений в шине p и действующих на нее нормальных нагрузок G , при которых скольжением пятна контакта колеса относительно дороги можно пренебречь. Варьирование путевой частоты в этом случае осуществлялось за счет линейной скорости центра колеса при постоянном периоде, равном 4,4 с. Выполнение второго условия обеспечивалось за счет введения $m=10$ измерений.

На искомые величины $C_1, (p = \overline{1,4})$ накладываются ограничения в виде неравенств:

$$0 < C_1 \leq C_{1\max}, 0 < C_2 \leq C_{2\max}, C_{3\min} \leq C_3 \leq C_{3\max}, C_{4\min} \leq C_4 \leq C_{4\max} \quad (2)$$

Значения $C_{3,4\min}, C_{3,4\max}$ определяются соответственно из экспериментальных амплитудных характеристик боковой силы и стабилизирующего момента.

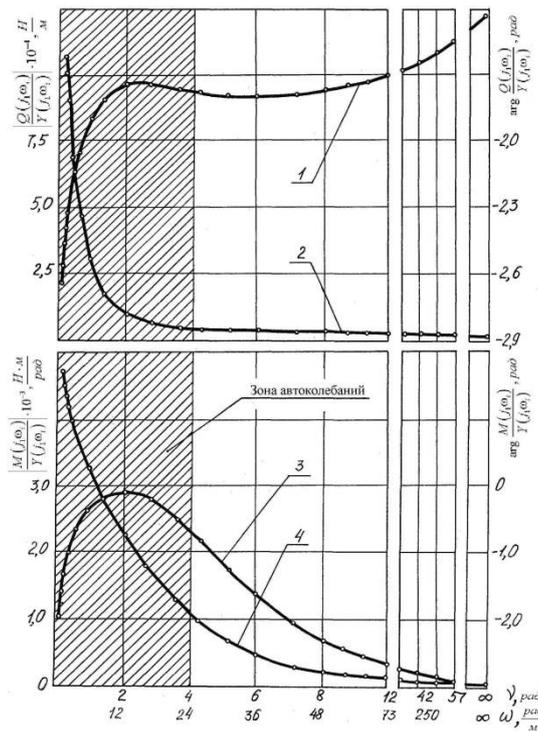


Рис.1. Экспериментальные данные по шинам: амплитудные частотные (1,3) и фазовые частотные (2,4) характеристики боковой силы:

$$\left| \frac{Q(j_1\omega_i)}{Y(j_1\omega_i)} \right| \quad \arg \frac{Q(j_1\omega_i)}{Y(j_1\omega_i)}$$

и стабилизирующего момента:

$$\left| \frac{M(j_1\omega_i)}{Y(j_1\omega_i)} \right| \quad \arg \frac{M(j_1\omega_i)}{Y(j_1\omega_i)}$$

при боковых колебаниях шины 5,00-10 ($G=4$ кН, $p=0,24$ МПа, $y_0=2,5 \cdot 10^{-2}$ м); j_1 – мнимая единица

В качестве критерия оптимальности, устанавливающего меру близости между совокупностью расчетных частотных характеристик уравнений негोलомных связей (1) и соответствующей совокупностью экспериментальных частотных характеристик, может быть использована одна из двух наиболее употребительных на практике норм Чебышева или Гильберта

$$F_2 = \min \max \lambda_n |X_{ni} - Z_{ni}| \quad (3)$$

$$1 \leq n \leq N \quad 1 \leq i \leq K$$

$$F_2 = \min \sum_{n=1}^N \lambda_n \sum_{i=1}^K (X_{ni} - Z_{ni})^2 \quad (4)$$

где λ_n – весовые коэффициенты.

Статистический анализ целевых функций (3), (4) и данных экспериментов, которые:

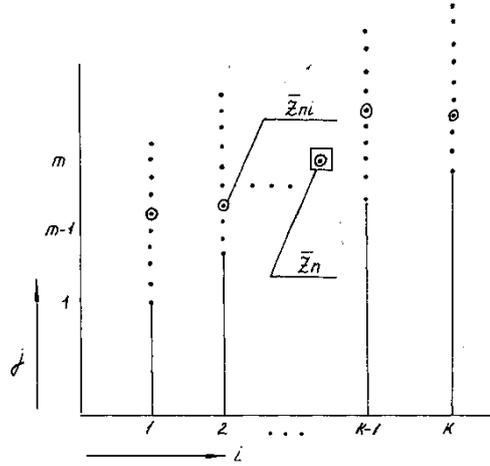


Рис.2. Соответствие экспериментальных данных предпосылкам вероятностной модели: $i = \overline{1, k}$ – число групп; $j = \overline{1, m}$ – число измерений в группе

– соответствуют вероятностной модели;

– разбиты на i групп по j измерений в каждой группе (рис. 2); – зависят от одного фактора – дискретных значений путевой частоты ω_i , показал, что в качестве весовых коэффициентов необходимо использовать отношение:

$$\lambda_n = \frac{1}{S_n^2} \quad (5)$$

где S_n^2 – дисперсия однофакторного дисперсионного анализа, представляющая сумму межгрупповой (i) и внутргрупповой (j) дисперсии.

$$S_n^2 = \frac{m}{k-1} \sum_{i=1}^k (\overline{Z_{ni}} - \overline{Z_n})^2 + \frac{1}{km-1} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (Z_{nij} - \overline{Z_{ni}})^2$$

$$\overline{Z_{ni}} = m^{-1} \sum_{j=1}^m Z_{nij} \text{ – среднее измерений в } i\text{-той группе;}$$

$$\overline{Z_n} = (km)^{-1} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m Z_{nij} \text{ – среднее всех измерений (рис. 2).}$$

Обобщённый критерий представляет собой совокупность четырех различных частотных характеристик и формируется с помощью весовых коэффициентов (5), имеющих размерность дисперсии, на основе нормы Гильберта (4)

$$F_3 = \min \sum_{n=1}^N S_n^{-2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (X_{ni} - Z_{nij})^2 \quad (6)$$

Совокупность параметрических ограничений (2) и целевой функции (6) представляет собой математическую модель идентификации процесса качения колеса.

$$\left. \begin{array}{l} C_{l\min} \leq C_l \leq C_{l\max} \\ X_{li} \leq X_{ni} \leq X_{Ni} \\ \lambda_1 \leq \lambda_n = S_n^{-2} \leq \lambda_n \\ Z_{lij} \leq Z_{nij} \leq Z_{Nij} \end{array} \right\} \begin{array}{l} i = \overline{1, p} \\ n = \overline{1, N} \\ i = \overline{1, k} \\ j = \overline{1, m} \end{array} \quad (7)$$

$$F_3 \rightarrow \min$$

Анализ частотных характеристик уравнений связей (1) в случае боковых и угловых колебаний колеса и сопоставление их с результатами различных экспериментов с шиной позволяют утверждать, что пригодными для идентификации в диапазоне путевой частоты от 0 до 25 рад/м оказались четыре частотные характеристики, полученные при боковых колебаниях:

$$Q_i^T = \frac{C_3 \omega_i \sqrt{\omega_i^2 + C_2^2}}{\sqrt{(C_1 - \omega_i^2)^2 + \omega_i^2 C_2^2}}; \Phi_i^T(Q) = \arctg\left(-\frac{C_2}{\omega_i}\right) - \arctg \frac{\omega_i C_2}{C_1 - \omega_i^2} \quad (8), (9)$$

$$M_i^T = \frac{C_4 \omega_i C_1}{\sqrt{(C_1 - \omega_i^2)^2 + \omega_i^2 C_2^2}}; \Phi_i^T(M) = \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\omega_i C_2}{C_1 - \omega_i^2} \quad (10), (11)$$

где $Q_i^T = \left| \frac{Q(j_i \omega_i)}{Y(j_i \omega_i)} \right|$; $\Phi_i^T(Q) = \arg \frac{Q(j_i \omega_i)}{Y(j_i \omega_i)}$; $M_i^T = \left| \frac{M(j_i \omega_i)}{Y(j_i \omega_i)} \right|$; $\Phi_i^T(M) = \arg \frac{M(j_i \omega_i)}{Y(j_i \omega_i)}$ – ампли-

тудные частотные и фазовые частотные характеристики боковой силы и стабилизирующего момента в функции дискретных i -тых значений путевой частоты.

Анализ частотных характеристик (8) и (11) уравнений связей (1) показал, что число оцениваемых коэффициентов может колебаться от двух (C_1 и C_2), если использовать совокупность фазовых частотных характеристик (9) и (11) или какую-либо одну из них, до четырех (C_1, C_4) в случае учета совокупности частотных характеристик (8) и (10) или (8) – (11). При этом информативность целевой функции, которая зависит от количества C_i , от числа и вида используемых X_{ni} является переменной. Указанное обстоятельство приводит к необходимости установления иерархии среди целевых функций (а также среди механико-математических моделей), исходя из их информативности.

Для сравнения результатов вычислений коэффициентов совокупности моделей и их анализа автором был разработан комплекс проблемно-ориентированных программ.

В результате анализа установлено, что наибольшей информативностью обладает модель, содержащая все четыре амплитудные и фазовые частотные характеристики, которая позволяет одновременно оценивать четыре коэффициента шин.

$$\begin{aligned} 0 < C_1 \leq 10^3 \frac{1}{M^2}, & & X_{ni} & \left\{ \begin{array}{l} l = \overline{1, 4}, \\ n = \overline{1, 4}, \\ i = \overline{1, k}, \\ j = \overline{1, 10}, \end{array} \right. & & (12) \\ 0 < C_2 \leq 10^3 \frac{1}{M}, & & \lambda_n = S_n^{-2} & \\ C_{3,4\min} \leq C_3, C_4 \leq C_{3,4\max}, & & Z_{nij} & \end{aligned}$$

$F_4 \rightarrow \min$,

$$\text{где } F_4 = (10k - 1) \cdot \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (Q_{ij} - Q_i^T)^2}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (Q_{ij} - \overline{Q})^2} + \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m [\Phi_{ij}(Q) - \Phi_i^T(Q)]^2}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m [\Phi_{ij}(Q) - \overline{\Phi}(Q)]^2} + \\ \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (M_{ij} - M_i^T)^2}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (M_{ij} - \overline{M})^2} + \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m [\Phi_{ij}(M) - \Phi_i^T(M)]^2}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m [\Phi_{ij}(M) - \overline{\Phi}(M)]^2} \end{array} \right\};$$

\overline{Q} , $\overline{\Phi}(Q)$, \overline{M} , $\overline{\Phi}(M)$ – среднее всех измерений каждого n -го массива экспериментальных данных.

В результате проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

1. Для получения динамических характеристик шин в ведомом режиме в широком диапазоне путевой частоты (0 ... 25 рад/м), соответствующем всем известным на практике эксплуатационным режимам движения машин, в том числе и автоколебаниям их управляемых колес, целесообразно использовать методы параметрической идентификации.

2. С целью повышения точности оценки значений характеристик шин, обобщенный критерий оптимальности необходимо формировать с помощью весовых коэффициентов, представляющих дисперсии однофакторного дисперсионного анализа, на основе нормы Гильберта.

3. С точностью, достаточной для практики, параметрическую идентификацию процесса качения шин нужно выполнять с помощью модели (12), допускающей одновременное оценивание четырех характеристик шин.

4. Предложенный подход может быть распространен для параметрической идентификации процесса качения эластичных шин в других режимах движения колеса (в ведущем, тормозном, ведомом и т.д.), механико-математические модели которых содержат более четырех кинематических и жесткостных коэффициентов шин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Келдыш М.В. Шимми переднего колеса трехколесного шасси. – Тр. ЦАГИ, 1945, № 564. - 33 с.

2. Колесников К.С. Автоколебания управляемых колес. – М.: Гостнаучтехиздат, 1955. - 238 с.

3. Морозов Б.И., Пчелин И.К., Хачатуров А.А. Поперечные колебания (виляние) автомобильных прицепов. – В кн.: Применение математических машин при конструировании и испытаниях автомобилей и двигателей. – М.: НАМИ-НТО. Машпром, 1963, С. 37–43.

4. Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Динамика неголономных систем. – М.: Наука, 1967. – 519 с.

5. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 767 с.

6. Литвинов А.С. Управляемость и устойчивость автомобиля. – М.: Машгиз, 1971. – 417 с.

7. Гурвич Ю.А. Новые прикладные критерии колебательной и апериодической устойчивости движения колес транспортных средств. Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механике: Сб. науч. тр. – Минск, 2001. – с.148 – 162.