

Лысанович П.В., Ярохович А.И., Гурвич Ю.А.

Белорусский Национальный Технический Университет

Закономерности вращения фигуриста при действии сухого трения между его коньком и льдом

Используя теорему об изменении кинетического момента фигуриста относительно оси Z, получим:

$$d(I\omega)/dt = -M_{тр} \quad (1).$$

Разделим переменные в (1) и от обеих частей возьмем определенные интегралы с переменными верхними пределами:

$$\int_{I_1\omega_1}^{I_1\omega} d(I\omega) = -M_{тр} \int_0^t dt \quad (2)$$

Окончательно из (2) получим $\omega(t)$:

$$\omega = \frac{M_{тр}}{\beta} + \frac{I_1(\omega_1 - \frac{M_{тр}}{\beta})}{I_1 - \beta} \quad (3)$$

$$\omega_{t=0} = \omega_1 \quad \omega_{t=t_p} = \omega_2 = I_1/I_2 \quad (\omega_1 - \frac{M_{тр}}{\beta}) + \frac{M_{тр}}{\beta}$$

Функция (3) определена на интервале $0 \leq t \leq t_p$ (рис. 1), а кривая $\omega = \omega(t)$ имеет

две асимптоты: горизонтальную $\omega = \frac{M_{тр}}{\beta}$ при $t \rightarrow \infty$ и

вертикальную $t = I_1/\beta$ при $I_1 - \beta t = 0$. Если $\omega_1 > \frac{M_{тр}}{\beta}$ - функция (3) возрастает, в противном случае - убывает. Определим первую производную по времени от функции (3) для выяснения характера протекания функции на интервале $0 \leq t \leq t_p$

$$\dot{\omega} = \frac{I_1\beta(\omega_1 - \frac{M_{тр}}{\beta})}{(I_1 - \beta)^2}$$

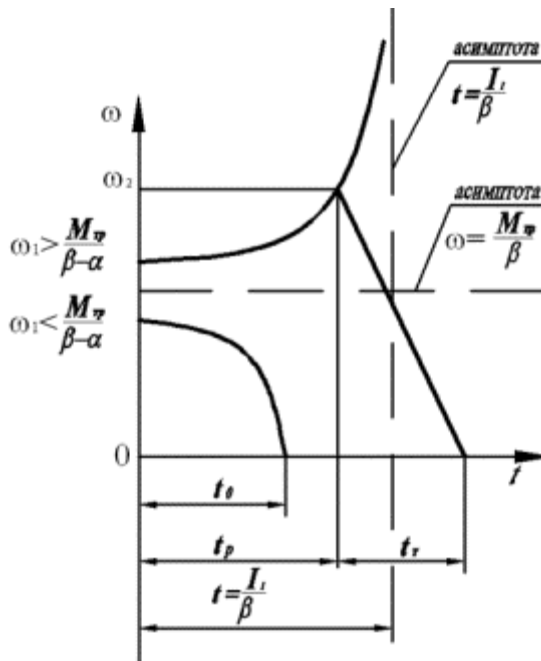


Рис.1

Если $\omega_1 > \frac{M_{тp}}{\beta}$, то $\dot{\omega}$ положительная величина и возрастает, тогда кривая (3) - вогнутая. При $\omega_1 < \frac{M_{тp}}{\beta}$ производная (4) - отрицательная величина и уменьшается, что соответствует выпуклости кривой (3) на интервале времени $0 \leq t \leq t_p$.

Определим t_0 , когда $\omega = 0$ при $\omega_1 < \frac{M_{тp}}{\beta}$ - $t_0 = I_1 \omega_1 / M_{тp}$.
Необходимо ответить на вопрос, что будет с ω при $I = I_2 = \text{const}$ и $t > t_p$ для

случая $\omega_1 > \frac{M_{тp}}{\beta}$?

Из(2)следует $\int_{I_2 \omega_1}^{I_2 \omega} d(I\omega) = -M_{\delta\delta} \int_0^t dt$ Определим $\omega(t)$

$$\omega = \omega_2 - \frac{M_{тp}}{I_2} t. \quad (5)$$

График функции (5) - отрезок прямой линии на интервале $t_p \leq t \leq t_T$, где время торможения $t_T = I_2 \omega_2 / M_{тp}$.